ると考えられる。本論文では，個体としては，前向きに移動する性質（前向走性）のあるものが，群れとしてもなお移動能力を保持しうるためには，個体の運動能力と相互作用の性質がどのようなものであったらよいのかを明らかにしようとした。そのために，個体の性質としては前向走性をもち，個体－個体間相互作用として，(1)群れをつくる前提としての接近作用と，(2)向きをそろえる整列作用とをもった個体のモデルをたて，計算機シミュレーションによって，この個体からなる群の集団運動のパターンを解析した。

このモデルをたてるにあたっては，ゴンズイの群れの動きを参考にした。従って，このモデルは，魚のように頭尾方向の区別があって前向きに進む性質のある個体が，群れをなした時に，群れとしても「頭尾」の区別ができて泳ぎまわる状況を説明するのに最も適していると考えられる。と同時に，これらの結果は，生物の集団運動に共通にみられる論理を明らかにするのにも役立っている。

一様な非線型場における大域的特性

阪大基礎工　　佐藤俊輔，小林欣吾

系の安定性という概念は様々な分野で重要である。この概念は時間的に変化する変量の時間の極限での様相を問題にしている。空気中における振子の振動，ある制御系での物質の流れ，化学反応におけるある物質の生成量，熱力学的量の時間的変化等を，時間的に安定であるかそうでないかという基準でながめることができる。これらの現象に共通していることは注目している変量についての微分方程式として時間的に記述されることである。それは常微分方程式，偏微分方程式；1階またはそれ以上；1変数，多変数の場合と種々の仕方で分類することができる。また微分方程式で表わされない場合は差分方程式の形でこれらの系の時間的変化＝発展（ evolution）を表現することができる。この分類の他に系は線型であるか，非線型であるかという分類をすることができる。系

の安定性についてはむしろこの分類の方が重要である。すなわち系が線型である場合には，この系は安定であるか不安定であるか（振動も含めて）のいずれしかあり得ない。しかし非線型の場合には初期値によって系の安定性はいろいろ変りうる。

さてまず線型の場合の系の安定性について考えよう。線型系の evolution は一般に

$$\dot{x} = A x$$

の形で記述することができる。この系が安定かどうかをしらべるには，Hurwitz の方法など様々あるが，要するに行列Aの固有値の実数部がすべて負であることが安定性の必要十分条件であることはよく知られている。

この安定性は系の初期値には依存しない。すべて行列Aの固有値にのみ依存している。それでは行列Aがどんな形をしているときに安定であろうか。また一般に系の独立な変量の数が少なければ少いほど系の安定性は吟味し易いが，系が大規模になったらそれはどのように変るだろうか。

Ashby 等は次のような方法で線型系の安定性について調べた。まず系を構成する要素間の connectance を定義する。connectanc とはある要素に対して，全体の要素のうち何%が影響を与えるかということを示すものである。これは一種の相互作用を表わす。相互作用のない系は,もともと安定であるとする。すなわち線型系を表わす行列Aの主対角要素はすべて負であるとする。このときこれらの要素間の相互作用によっては系全体は安定にも不安定にもなる。Ashby 等は適当な connectance を与えて，主対角要素を正または負に random に定め，そのとき系が安定かどうかを計算機でしらべてみた。その結果，系が小さいうちは connectance が増大しても系の安定となる割合はそれほど減少しないが，系が大きくなるにつれてある connectance 以下では，randomに構成した線型系のほとんどが安定，それ以上では確実に不安定になるという結果を得ている。これは connectance さえ同一ならば系の安定性は行列Aの構成の仕方には依らない。いいかえれば，ある程度の大きさの系では，その安定性は，行列Aの固有値という個々のシステムに関した量ではなくて，connectance というもっと大まかな量でほとんど決定されてしまうという極めて興味ある性質を示すことを意味する。

系の安定性は線型系の場合は固有値というより一般的な概念で議論することができるが，系が非線型の場合には複雑である。一般的な議論はできずに，個々の系についてそ

れをしらべてゆかなければならない。さらに安定性は初期値によって変りうることが知られている。しかしながら系が非線型であっても系の大域的な量については初期値に依存せずにある特有の値におちつくようになることがある。

我々はLife game として知られているセル空間での firing cell の evolution を記述する法則を一様セル空間に適用し初期値に依存するある性質があることを述べる。

Life game において各セルは8個の近傍をもつ。各セルは2つの状態すなわち0という状態（静止状態）と1という状態（ firing state ）をもつ。さて各セルの状態を x_{ij}^{n} で表わそう。$x_{ij}^{n} = 1$ or 0。このセル空間での evolution は，

$x_{ij}^{n+1} = 1$：もし $x_{ij}^{n} = 1$ でかつ 近傍のセルのうち2つまたは3つが fire しているとき，または $x_{ij}^{n} = 0$ でかつ近傍の cell のうち3つが fire しているとき。

$= 0$：その他の場合．

例えば，図1aのように表わされるセル空間の状態は次の時刻には同図bのように変化する。明きらかにセル空間に，図2のような状態のパタン（ configuration ）がある

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

図1 a

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

図1 b

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

図2

場合にはこのパタンは変化しない。空間内を形を変えずに移動するあるいは周期値に同じ形をくり返すものまで含めると非常に単純なものでは，何種類かの定常的なパタンが知られている。このようにLife game として知られるこの rule あるいはセル空間の状態の遷移を示す operation は極度に強い非線型である。従ってこの transition operator によって形成されるセル空間での1という状態が形づくる configuration は初期値に大きく依存して変化する。

しかしながら大規模な線型系での安定性をしらべたときのように，こうした強い非線型の場においてもセル空間での firing rate についてしらべてみると最初の空間の configuration によらず，従って初期の firing の rate のみの関数として，後々の firing rate が決定されてしまうという興味ある特徴があらわれる。

セル空間での初期の firing の configuration を，firing の rate をパラメータとして random に定めるものとしよう。この後，この rate に関する evolution は確率的には，この configuration にかかわらずほゞ一義的に定まる。

この game の operator の特徴から，一回だけ時間が遷移する度毎に少しずつ特殊なパタンがつくられてゆくがそれを無視すれば，すなわち系が各遷移毎 random な configuration をつくってゆくものとすれば，ほとんどの場合系には，firing rate に関してその configuration に拘らず，ある値に収束する場合とすべてのセルが静止状態におちつく場合の2通りがあることが分る（図３）。

実際には transition によって作られる configuration は randomではないからこの図のような rate の変化はしないがその代り定常状態におちついた場合には先にあげたいくつかの典型的な定常パタンがセル空間の中に浮遊しているような空間の configuration をつくり出す。このとき基本的な定常パタンの中には生成され易いものと，そうではないものがあり，それらの出現する割合はやはり初期の configuration には依らないようである。

このように非常に強い非線型の作用素が作用する場合があっても，ある変量については初期値によらず系は決まった性質をもつようになることが分る。線型・非線型な系にかかわらず，ある点において乱数がかかわりあう場合には，このような大域的な，あるいはいつでも決った性格（特徴）が現われるということは興味深い。

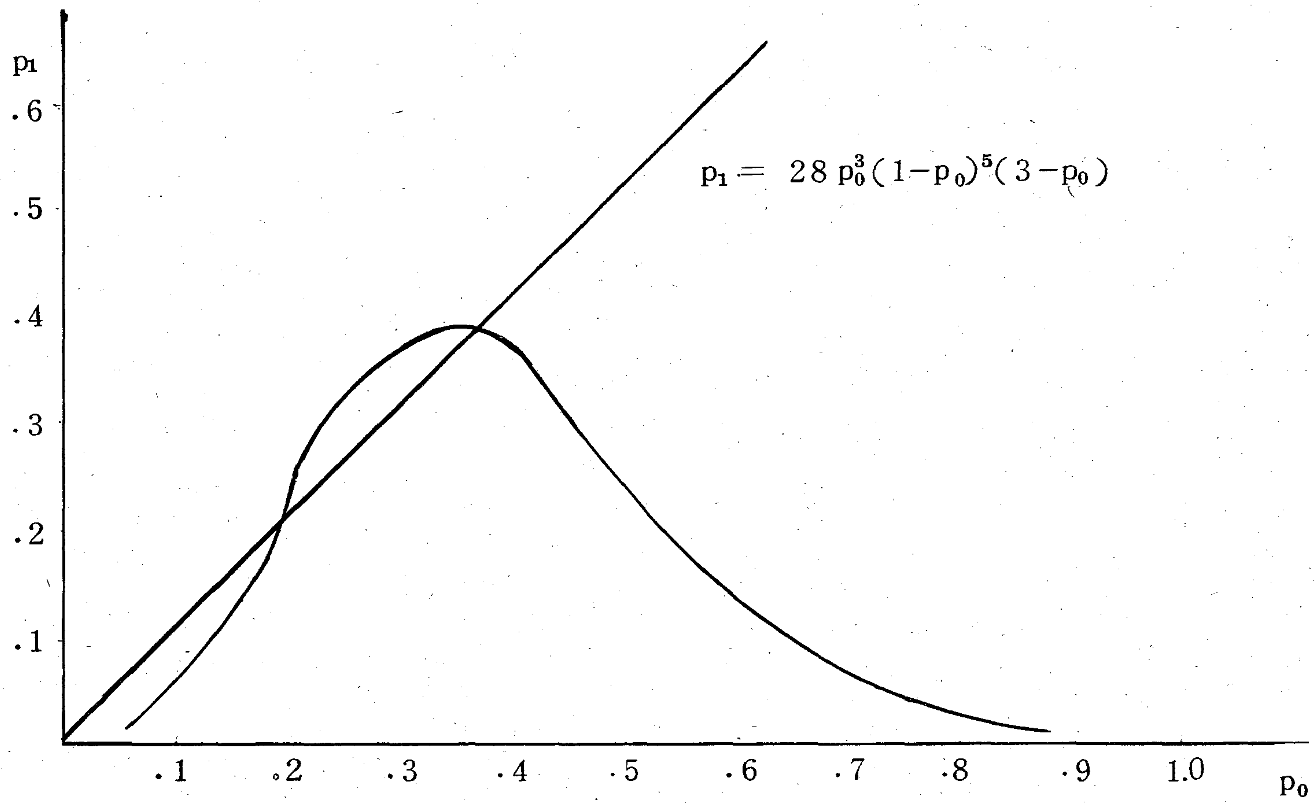

図 3

化学反応における振動現象
— Belousov-Zhabotinsky 反応の模型 —

京大理　富田和久

生体系が厖大な数の原子分子の集合体であることは言うまでもないが，この様な系を理論的に扱おうとする場合，従来の物理学者の常識からはみ出すかのように見える問題がいくつかある。その一例として，生体の構造には，いわゆる結晶性の物質にみられるような，微視的構造に関する繰返しが存在しないにも拘わらず，巨大構造の隅々にまで