反強磁性Ising 模型の状態和の零点の分布による相転移の研究

東北大工　桂　重俊

状態和の零点分布による相転移の研究について我々（桂，阿部芳彦，大南正人）の行って来たことをまとめて報告し，特に反強磁性的Husimi－Temperley 模型について複素自由エネルギー実部　最小の原理により零点の集積点の軌跡が求められることが証明されることをのべる。

Yang－Lee は1952年に[1]相転移は複素fugacity 平面における状態和の零点の実軸上での集積点で起ること及び2） $S=\frac{1}{2}$ の強磁性的Ising 模型では零点は単位円上に分布することを示して以来多くの研究がなされ，強磁性的な場合はhiger spin のIsing 模型及びHeisenberg模型に対して円定理の証明がなされたが（Asano，Suzuki，Griffiths，Fisher）反強磁性的の場合の軌跡は明らかでなかった。Kawabata 等は 5×5，4×6 等まで大部分の零点が負の実軸上にあることをしらべた。我々は2nd neighbor まで考えた 4×6 において $J<0$，$J'>0$ の場合軌跡は略々二重円であり，$T<T_N$ で臨界磁場に対応する実軸上の二切をきっていることを見出した。

次に反強磁性的Husimi－Temperley 模型を考えるとこの系の状態和 $Z(t,h,N)$ は二次元積分表示で現わすことが出来，鞍点法により $Z\simeq\sum_i e^{Nf(x_i,y_i)}$ とかける。x_i, y_i は複素x面，複素y面の鞍点で温度と磁場hの関数である。複素 $z(=e^{-2\beta h})$ 面のある領域Rで Re f を最大ならしめる x_i, y_i が存在するときには

$$\lim \frac{1}{N}\ln Z(t,h,N)=f(x_0,y_0)\equiv\chi_{max}(z)$$

で $\chi_{max}(z)$ はzの正則関数である。従って拡張されたYang－Lee の定理の対偶により $N>N_0$ のとき Z の零点はRに存在しない。故にRef を最大ならしめる分枝と二番目に大ならしめる分枝を等しくするzの軌跡が零点の集積点の軌跡である。（証終）

この処方により求めた軌跡は二重円的になっている。

（J.Phys. Soc. Japan 30 347 (1971)；J.Phys. A 5 1669 (1972)；6 329 (1973) 参照）

2次元Ferro–Antiferro Mixture

阪大工　庄 司 一 郎

2次元イジング格子系において焼鈍の場合について，いろいろと可能な dilute ferro，ferro–anti ferro mixture についてのべた，これらの critical concentration Pc の数値をその比熱の異常性とか自発磁化などとともにあたえた。decorated lattice point の site problem が bond problem と等価であることよりはじめて，Y 型の中心の site problem が dilute ferro の場合には ▽ 型の bond problem と等価であるが，ferro–antiferro mixture の場合には ▽ 型でないといけないことをのべた。さらに ▽ 型の一変型である Γ 型で4角格子をおおうとき，そのおおい方が3角格子型が 卍 型であるかによって dilute ferro のときは P_c が異なり，ferro–anti fero のときは後者では P_c がなくなりだらだらと ferro から anti ferro の状態に移ることをのべた。