^{3}P Pairirg の超流動について

和歌山大・教育　　藤　田　利　光

H_e^3 のanormalous stateが triplet 状態の粒子対によるB.C.S. 状態であろうということは多くの人々によって認められてきているが，それがPであるかFであるかに関しては一致した見解はまだない。しかし，1つの例として^{3}P状態を調べることで，anisotropic な超伝導の特徴的な事がいくらか知られるのではなかろうか。最初に$^3P_1$を取り扱うのは，スピンによらない相互作用が dipole 間のものだけとするとJ＝1でのみ引力になるという理由の外に，この状態が anisotropic な超流動としては最も簡単な状態だということがある（すぐわかるように，$^3P_0$ 状態の order parameter は等方的で，ふつうの超伝導のG－L方程式に従う）。もちろん初めの理由は心細いもので，流れがあればJはよい量子数でもなく，Anderson−Brinkmm，Nakajima 等の指摘によれば，実現されている状態は dipole 相互作用よりもむしろ paramaqnon効果によってきまる(1)。後でもっと現実性のある状態として，ESP（Equal Spin Pairing）状態について調べる。ここで用いるのはG－L近似の最も普通のもの，つまり空間変化については2回微分まで， order parameter については2次までの範囲で gap方程式を展開したもので，前に$^3P_2$ 状態を扱ったことの議論を適用する(2)。

$^3P_1$ の order parameter は，スピンと軌道の量子化軸を一致させた表示で，次の形をしている。

$$\tilde{\Delta} \propto \begin{pmatrix} \sqrt{2}\,\psi_1 Y_1^0 + \sqrt{2}\,\psi_0 Y_1^{-1} & -\psi_1 Y_1 + \psi_{-1} Y_1^{-1} \\ -\psi_1 Y_1^1 + \psi_{-1} Y_1^{-1} & -\sqrt{2}\,\psi_0 Y_1^1 - \sqrt{2}\,\psi_{-1} Y_1^0 \end{pmatrix}$$

$\psi_{\pm1} = 0$ とおけば，これはESPの特殊な形になっている。流れがなければ，G−L方程式の解のうち最低の自由エネルギーを与えるものは $\psi_{-1} = -\psi_1^*$ の条件を満し，Z軸を適当にとれば $\psi_0 = 0$，$\psi_{\pm1} = .0$ で記述される。

一様な流れのある状態を記述するには，流れの方向をZ軸にとって $\psi_m(Z) = e^{ikz}\psi_m$ とおけばよい。これをG−L 方程式に入れて解く。 $k \to 0$で流れのない場合の基底状態

に移行するものは，① $\psi_0 \neq 0$，$\psi_{\pm 1} = 0$，　② $\psi_0 = 0$，$\psi_1^2 = \psi_{-1}^2 \neq 0$　の２つである。②はＺ軸を $x-y$ 平面内に適当にとれば①になり，同じ状態で縦方向と横方向に流れを生じたものがそれぞれ①，②に対応するとみてもよい。$k = 2mv_s$ として粒子の流れを書いたとき，v_s の係数として superfluid density が得られ，今の場合 $2\rho_{\parallel} = \rho_{\perp}$ になって Saslow, Takagi の結果と一致する[(3)]。

渦状態は Pitaeuskii に従って $\psi_m(rz\varphi) = e^{iL_m\psi}\ \psi_m(rz)$ として，円筒座標で表わした方程式に入れて解く。$^3P_2$ の場合と同様に，$L_m + m = j$ が m によらない共通な値をとらねばならず，これをその渦を特徴づける量子数と呼ぶことにする。体系の角運動量 $\vec{L}$ に対する寄与は，$j=1$ のとき $m=1$ の成分は寄与がないというように，L_m によっている。系が回転しているとき，自由エネルギー $F = F_0 - \vec{L}\cdot\vec{\Omega}$ を小さくする状態が実現するのだが，$\vec{\Omega}$ をＺ軸にとったとき L_m の大きな成分の order parameter が大きい程 $\vec{L}$ が大きくなり，回転エネルギーは得をする。一方，凝縮エネルギーは $|\psi_1|^2 = |\psi_{-1}|^2$ の方が得をする。その上，$j=0$ でも，遠方で $\psi_1 \to 0$ になるような状態があれば，これも可能である（$j=0$ の場合には $|\psi_1|^2 = |\psi_{-1}|^2$ では流れが打ち消しあってしまう）。これらを考慮して実現する状態をきめるには，実際に計算を行うより仕方のないことだろう。Ｚ軸方向に変化のない状態についてはmの奇と偶それぞれ方程式を閉じさせることができ，そのうち ψ_0 のみを残した解は普通の Pitaevskiiの渦と同じである。この状態は，渦の中心から離れたところでは一様な流れの場合 ① の状態と，同じと考えてもよいので少なくとも $\vec{\Omega}$ が小さい場合にはよい状態だと思われる。$\vec{\Omega}$ が大きくなったときに，２本の渦ができるのか，$j=0$ で $|\psi_1| \neq |\psi_{-1}|$ の状態がよいのか，$j \neq 0$ で $|\psi_1| = |\psi_{-1}|$ の状態か，等々ということはまだわからない。

次に E.S.P 状態を考える。これも order parameter の形を限定してはいるが，paramagnon 効果，空間変化を考えたときには，より現実的である。E.S.P の場合，G－L 方程式は全スピン量子数が１と－１のそれぞれに対して独立になり，スピンの添字を省略して議論できる。$\Delta \propto \sum_m \psi_m Y_1^m$ とすると，流れのない状態で自由エネルギーを最少にする解は，$\psi_0^2 = 2\psi_1\psi_{-1}$ を満し，これは（広い意味で）A－M 状態で呼ばれているものである。今の場合，$^3P_1$ とちがって，スピンと軌道の量子化軸は任意にとってよい。流れのある状態のうち $k \to 0$ の極限でA－M状態に移行するものは，軌道の量子化軸 $\hat{k}_z$ を適当にとれば $\psi_1 \neq 0$，$\psi_0 = \psi_{-1} = 0$ に対して流れが $\hat{k}_z$ に平行な場合と直角

な場合とに分けられる。超流動の粒子密度に対して，$2\rho_{\parallel}=\rho_{\perp}$ が $^3P_1$ の場合と同様に得られる。A−M 状態でない解は，$k\to 0$ で $\psi_0 \neq 0, \psi_{\pm 1}=0$ に移行し，流れの方向は $\hat{k}_z /\!/ v_s$ と $\hat{k}_z \perp v_s$ の2つがある。超流動の粒子密度は $\rho_{\parallel}'=3\rho_{\perp}'$ を満し，これらも前の Takagi の結果に一致する。

渦状態の量子化則は $^3P_1$ の場合と同じである。もっと一般的に言うと，$\Delta_1, \Delta_0, \Delta_{-1}$ は微分項では couple しないので，$\psi_{sm}=\exp(iL_{sm}\psi)\psi_{sm}$ としたとき $L_{sm}+m=j_s$ となり，j_s は全スピンの量子数 S のそれぞれについて一定であることが必要とされる。G−L 方程式の3次の項で異なる S についての coupling があると，j_s は S によらないことが要求されるが，ESP では $\Delta_0\equiv 0$ だから j_1 と j_{-1} は異っていてもよい。$^2P_1^2$ の場合とちがうのは，遠方で $\psi_{-1}\neq 0, \psi_0=\psi_1=0$ になる状態が，凝縮エネルギーでも回転エネルギーでも得であるということだが，回転を大きくしたとき最初にできるのが，上の状態のうちでの，$j=0$ のものか $j=1$ のものかはわからない。いずれにせよ，遠方では ψ_{-1} だけが残ることが期待される。

このことは，前に述べたように，スピンの向きにはよらないから，Δ_1 も Δ_{-1} も同様に渦の中心から離れたところでは Y_1^{-1} の形になる。Paramagnon 効果でよいとされているAnderson−Brinkman (A−B) 状態は丁度この形をしており，A−B 状態ならば回転したときParamagnonによるエネルギーをそれ程損しないで渦をつくることができる。スピンの方向を磁場でそろえて，回転により内部状態をそろえることができれば，dipole 相互作用のちがいにより，N.M.R. の shift に何らかの効果があることも考えてよい。

文　　献

〈 Ref 〉

1) Kuroda の議論に詳しい。

2) T. Fujita and T. Tsuneto, Prog. Theor. Phys. 48 (1972), 766.

3) W. M. Saslow, Phys. Rev. Lett. **31** (1973), 870 S. Takagi, to be published.