平均値の運動が，(1)の解である閉軌道のときには，varianceはtに比例して発散す centerの場合には微少なずれに対して別の閉軌道に移る，つまりcriticulな状態であるためである。またnormal limit cycleの場合には軌道の方向にはfree diffusionであることによる。

このことは分布関数が，周期運動している平均値のまわりでは安定なガウス分布ではないことを意味している。そのためこの様な系のentropyはwell-definedではなくなる。もちろんvarianceの増大はtの巾であり，指数関係的ではないから，過渡的状況において，系の巨視変数の振動が見られるということを否定しているわけではない。[2]

しかし，系の振舞いを示す分布関数に時間と共に発展して行く要素があり，ある極限では巨視変数の縮退が考えられる場合に，その運動を一種のmodeとするのは疑問が残る。

文献

(1) R. Kubo, K. Matsuo and K. Kitahara
J. Stat. Phys. **9**, 51 (1973)

(2) K. Tomita and H. Tomita
Progr. Theor. Phys. **51**, No. 6 (1974)

「非平衡状態に於ける確率分布関数」

古川　浩

多体系が非平衡状態にあって，その状態で物理量の確率分布がどの様に与えられるか，という問題はまだ完全に解決されてはいない。平衡状態ではある物理量が領域 y〜y＋dyに実現する確率 $P_0(y)\,dy$ は公式

$$\underline{P}(y) \propto \exp\{\phi(y)\} \tag{1}$$

によって与えられる。ここに，ϕは熱力学的ポテンシャルである。非平衡状態に於いてもϕに対応する量を与えることが出来れば，非平衡状態の研究に大変便利であろう。巨視的な物理量に話を限れば次のようにして行うことが出来る。[1)]

非平衡状態に於ける密度行列を $\rho(t)$ と書く。ある物理量 $\hat{\alpha}$ に対する確率分布関数は川畑[2)]や森[3)]によって議論されたと類似の方法で，δ-関数を用いて

$$P(y) = \mathrm{Tr}\,\delta(y - \hat{\alpha})\,\rho(t) \tag{2}$$

と書ける。これが $\hat{\alpha}$ に対する確率分布関数であることは $\hat{\alpha}$ の関数 $f(\hat{\alpha})$ の統計平均が

$$<f(\hat{\alpha})> = \mathrm{T_r} f(\hat{\alpha})\,\rho(t) = \int f(y) P(y)\,dy, \tag{3}$$

と与えられることによる。

密度行列 ρ が運動方程式

$$\dot{\rho}(t) = \frac{1}{i\hbar}\,[H(t),\ \rho(t)] \tag{4}$$

にしたがうとする。$\rho(t)$ は(4)を積分して

$$\rho(t) = \rho(t, \Sigma(t')) \tag{5}$$

と与えられる。ここに $\Sigma(t')$ はハミルトニアンHに含まれる外部パラメーターを表わす。(2)を(1)に似た形に書くために，ρ を Σ で展開し，その展開式を(2)に代入し，さらに

$$P(y, t) = \exp\{Y(y, t)\}, \tag{6}$$

の形にまとめなおす。その時二つの展開式：

$$P(y, t) = P_0(y, t) + \int_{t_0}^{t} P_0(y, t; t_1)\Sigma(t_1)\,dt_1 + \frac{1}{2}\iint_{t_0}^{t} P_0(y, t; t_1, t_2)\Sigma(t_1)\Sigma(t_2)\,dt_1\,dt_2 + \cdots, \tag{7}$$

$$Y(y,t) = Y_0(y, t) + \int_{t_0}^{t} Y_0(y, t; t_1)\Sigma(t_1)\,dt_1 + \frac{1}{2}\iint_{t_0}^{t} Y_0(y, t; t_1, t_2)\Sigma(t_1)\Sigma(t_2)\,dt_2 + \cdots \tag{8}$$

は次の関係で結びついている。

$$Y_0(y, t) = \ln P_0(y, t),$$

$$Y_0(y, t; t_1) = \frac{1}{P_0(y, t)}\,P_0(y, t; t_1)$$

$$Y_0(y, t; t_1, t_2) = \frac{1}{P_0(y, t)}\,P_0(y, t; t_1, t_2)$$

$$- \frac{1}{P_0(y, t)^2} P_0(y, t; t_1) P_0(y, t; t_2), \text{等々。}$$

ここに suffix 0 は時刻 t_0 ($\Sigma = 0$) での値を表わす。Yを計算することは(4)と(2)によって $P_0(y, t; t_1, \cdots, t_n)$ を計算することになる。初期分布として平衡分布 を仮定すれば平衡系の問題に帰着する。

(6)は $\Sigma \equiv 0$ の時(1)に一致する。実際，(6)は平衡状態の確率分布関数の自然な拡張と見ることが出来，当然(1)で成り立つ方法論は(6)に対しても拡張出来る。

非平衡定常系に於いては，いわゆる散逸構造の形成に関係した転移現象，平衡系の相移に相当した現象が見られる。しかしこれらは理論的には現在なお研究途上の問題であり，ここでの方法はこの問題に対して一つの有力な出発点を与えると思う。

文献

1) H. Furukawa, Preprint.

2) A. Kawabata, Prog. Theor. Phys. **48** (1972) 2237.

3) H. Mori, Prog. Theor. Phys. **49** (1973) 1516.