Title	Cayley樹と自己複製スピン模型(Bethe格子,基研研究会報告)
Author(s)	松田, 博嗣
Citation	物性研究 (1974), 23(1): A20-A21
Issue Date	1974-10-20
URL	http://hdl.handle.net/2433/88862
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

Cayley樹と自己複製スピン模型

九大理　松 田 博 嗣

生物の特徴の一つは自己複製能をもつDNAの存在である。DNAはbase sequence（BS）によって特徴づけられる。複製によってDNAに親子関係が生じ，親子のDNAのBSはほぼ同一であるが，或確率で互に異なる。このような一般的性質をもつ系の特質を調べる第一歩として，次のようなモデルDNAを考える。

DNAのBSは(σ_1, σ_2)〔$\sigma_\alpha = \pm 1$，$\alpha = 1, 2$〕によって特徴づけられ，各DNAはそのBSによらず，平均z個の子を次の世代に残すとする。親子が異なるσ_αをもつ確率は互に独立にq（$\ll 1$）であるとする。この親子関係をボンドで表わすと，このような(σ_1, σ_2)の組はCayley樹上のvertexに2つのスピンをもつIsingモデルとなる。

さて，2n親等距った2個体i，jのσ_αをそれぞれ$\sigma_\alpha^{(i)}$，$\sigma_\alpha^{(j)}$とし，$\sigma_\alpha^{(i)} \sigma_\alpha^{(j)} \equiv \tau_\alpha^{(ij)}$とするとき，$\tau_\alpha = \tau$（$= \pm 1$）となる確率は

$$P_\tau(n) = \frac{1}{2}(1 + \tau A^{2n}), \qquad (A \equiv 1 - 2q) \tag{1}$$

となる。1つのDNAのN世代目の子孫のDNAの集団から，任意に2つのDNA k，ℓを抽出したとき，$\tau_1^{(k\ell)} = \tau_1$なる条件下で，$\tau_2^{(k\ell)} = \tau_2$である確率を$P(\tau_2 | \tau_1)$とする。$P(\tau_2 | \tau_1)$は$\tau_1$に顕著に依存するであろうか？ すなわち，ここで考えるような形で，1つの祖先から拡がってきた子孫の集団において1つの点(σ_1)に着目して共通の者同志は，他の点(σ_2)に着目しても共通である事が多いと云えるかどうかを調べてみる。

この答は次の通りである。

$$P(\tau_2|\tau_1) = \frac{1}{2}[1 + \tau_2 f(N, A)][1 + \tau_1 \tau_2 \frac{f(N, A^2) - f(N, A)^2}{\{1 + \tau_1 f(N, A)\}\{1 + \tau_2 f(N, A)\}}] \tag{2}$$

ただし，

$$f(N, A) \equiv \frac{(z-1)\{(zA)^N-1\}A}{(z^N-1)(zA-1)} \tag{3}$$

である。いま，$(zA^2)^N \gg 1$ とすると，

$$f(N, A^2) - f(N, A)^2 \simeq \frac{z(z-1)(1-A)^2 A^{2(N+1)}}{(zA^2-1)(zA-1)^2} > 0$$

となり，(2) より $\tau_1 \tau_2$ は互に正の相関をもつことが判る。ただし $0 < 1-A = 2q \ll 1$ であるから，$z \simeq 1$ でない場合はこの相関は弱い。

$z \simeq 1$ のとき，$y \equiv 2q/(z-1)$，$(y < \frac{1}{2})$

とすると，

$$f(N, A^2) - f(N, A)^2 \simeq \frac{zy^2}{(1-2y)(1-y)^2} A^{2(N+1)}$$

となるので，$y \simeq \frac{1}{2}$，すなわち $z \simeq 1+4q$ の場合に限って，τ_1 と τ_2 は著しい相関をもち得ることが判る。

不規則Bethe格子の局在電子状態

九大・理・生物　　石　井　一　成

Abou−Chacra，Anderson，Thouless の Self−consistent Theory of Localization〔1〕が Bethe 格子については厳密な理論であると主張されているので，その大要を批判的に紹介した。彼らの結論によると，配位数 z の Bethe格子における Anderson 模型（最近接格子点間のみに transfer energy V をもち，site energy ε_n は互いに独立な確率変数で，巾 W の一様分布をする tight binding