

Title	Percolation Problem in an Inhomogeneous Bethe Lattice
Author(s)	宮島, 佐介; 庄司, 一郎
Citation	物性研究 (1974), 23(1): A15-A17
Issue Date	1974-10-20
URL	<a href="http://hdl.handle.net/2433/88864">http://hdl.handle.net/2433/88864</a>
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

Percolation Problem in an Inhomogeneous  
Bethe Lattice大阪大学・工学部 宮島 佐介  
庄司 一郎

Homogeneous Bethe lattice (HBL) における percolation problem は、Essam-Fisher により generating function が求められているので、必要な量は計算できる状況にあるが、inhomogeneous Bethe lattice (IHBL) については余り議論されていないと思う。IHBL の作り方はいろいろ考えられるが、とりあえず次に述べる IHBL で critical percolation probability  $P_c$  を求めてみよう。

まず、ベーテ格子になるべき無限個の格子点が存在し、我々はそこにボンドをある確率で置く。HBL では、どこでも、一様な確率  $p$  でボンドが置かれるが、ここでは、IHBL として一つの格子点の周りのボンドの占有率は一様でなく、 $p_1, p_2, \dots, p_z$  であると考え。その状態は各格子点で同じである。ここで  $p_i$  は格子点から  $i$ -方向に向って出るボンドの占有率である。

この模型の応用は特に考えていないけれど HBL が果樹園の病気の伝染の問題に適用されると言われているが、この問題で考えると、一方向から風が吹くとすると、順風の方へは伝染し易く、送風の方へは伝染し難いと考えられ、IHBL で考えることが必要になってくる。

応用はともかくとして、上述の模型で  $p_c$  を求めてみる。 $Q_i$  は任意の格子点で考えて  $i$ -方向には無限のクラスターが出来ていない確率とすると

$$Q_i = 1 - p_i + p_i \prod_{j \neq i} Q_j \quad (1)$$

が成立つ。少し変形すると

$$Q_i^2 - (1 - p_i) Q_i - p_i Q = 0 \quad (2)$$

ただし  $Q = \prod_j Q_j$ 。  
従って

$$Q_i = \frac{1}{2} \{ (1-p_i) + \sqrt{(1-p_i)^2 + 4 p_i Q} \} \quad (3)$$

$$\therefore Q = \prod_i \frac{1}{2} \{ (1-p_i) + \sqrt{(1-p_i)^2 + 4 p_i Q} \}$$

$p_c$  は  $Q$  が  $Q=1$  なる重根をもつ条件により与えられるので、

$$\sum_{i=1}^z \frac{p_i}{1+p_i} = 1 \quad *(4)$$

ここで  $z=3$  に限り

$$p_1 : p_2 : p_3 = 1 : a : b$$

としたとき、 $p_{1c}$  は図1の様を得られる。

又、クラスターの大きさ  $s$  が  $p_c$  の近傍でHBLと同様に

$$s \sim (p-p_c)^{-1} \quad (5) \quad p_c$$

なる形で発散することを、  
 $s$  を  $p$  の巾級数で求め  
 ratio method を用い  
 て調べた。

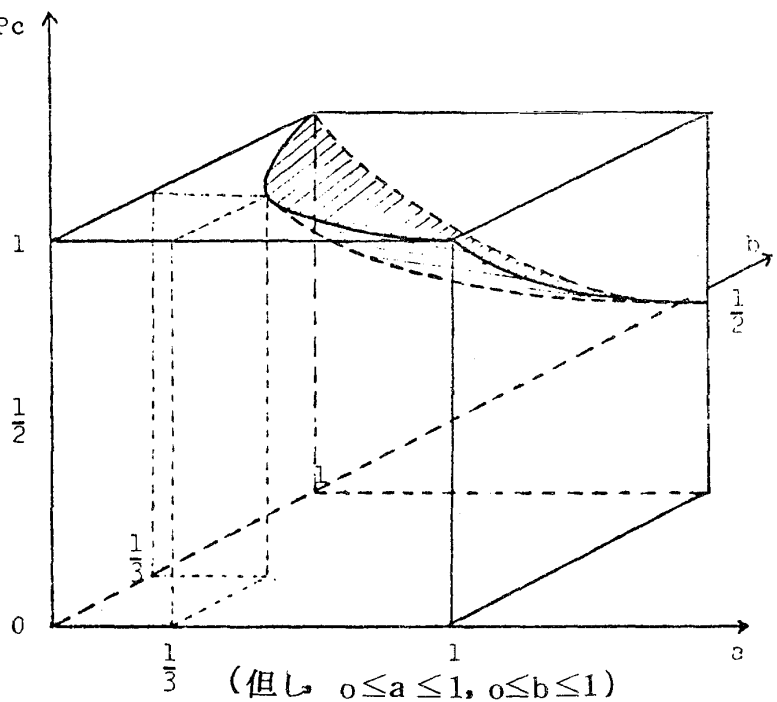
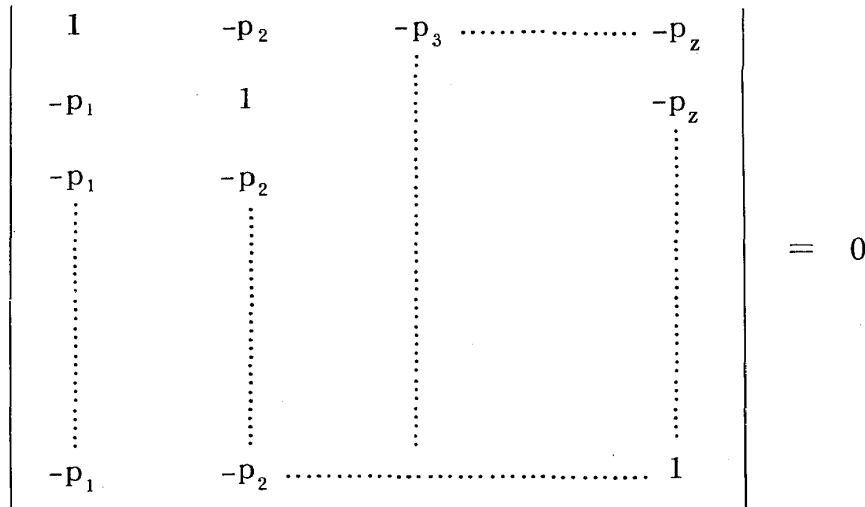


図1 臨界濃度

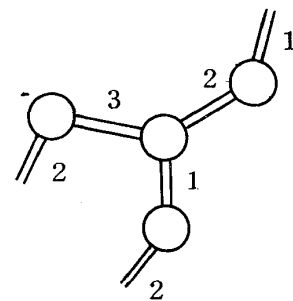
\* ) この解法は石井氏により指適されたので著者はその後の計算で(4)は次の行列式であらわされることを確かめた。これはもつと簡単な導き方があることを暗示している。



枝分れ高分子の相変化

阪大工 庄 司 一 郎

模型的に考えて、抗原には  $f$  個の違った「穴」があいていると考え、これに  $f$  種類の抗体の各々が結合できると考える。抗体は棒状で両端が抗原の「穴」にはさまれることができる。これらが相結合して右図のように「分子」を作ると考える。この「分子」が「巨大分子」になりうるためには抗原、抗体の数の割合がどのようにあればよいかなどを考える。これらは「木」のような形をしていると考えるので、いわゆる「ベータ格子」上に配布されていると考えられる。抗原の数  $N$ 、各抗体の数  $N_k$  ( $k=1, 2, \dots, f$ )、それに分子数  $M$  を一定とする条件のもとにエントロピー極大の原理より最確分布



第1図 木 ( $n=3, \ell_1=\ell_2=\ell_3=1, i_1=1, i_2=2, i_3=0$ )