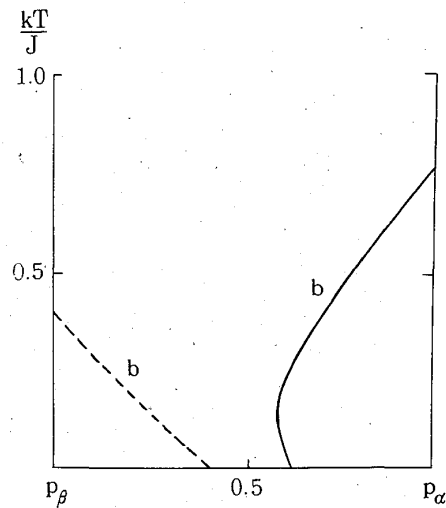


$$J_{AA} = J \quad J_{BB} = -0.5J$$

$$J_{AB} = 0.5J$$

図1 siteモデル



$$J_\alpha = J \quad J_\beta = 0.5J$$

図2 bondモデル

## Cayley 樹上の Heisenberg 模型

京大理 小川 泰

一様な系とみなした Cayley 樹は Ising 模型の Bethe 近似が厳密な扱いとなる系であることを Kurata-Kikuchi-Watari<sup>1)</sup> が指摘して以来 Bethe 格子と呼ばれている。しかし最近、有限系を考えた上で熱力学極限をとると自発磁化を伴わない帯磁率発散が起ったり、Bethe 近似と一致しないことが Matsuda<sup>2)</sup>、Eggarter<sup>3)</sup> により独立に指摘された。これは表面効果のせいであり、この系が本質的に一様でないことによる。Cayley 樹は閉じた道がない構造という意味では一次元的であるが、表面自由度が全自由度に対して占める割合が熱力学極限においても有限であるという点では、むしろ無限次元である。通常の次元数概念を適用するとこのように低次元性と高次元性が共存している。この系自体は非現実的かも知れないが、いかなる物理的性質にはいかなる



関数に外向減衰の指数関数因子を乗じて得られる。A, B は共に一次元波動方程式の形をしているが、いずれも一ケの「表面局在モード」をもち、その動径関数は内向に指数関数減衰している。これに対応する固有関数は指数関数が相殺してしまって奥まで浸入していることになる。実際行列 A の場合の「表面モード」は各点とも一様な波動関数に対応し、基底状態と縮退した状態である。A, B の波動モードは外向減衰になるわけだが、 $N \rightarrow \infty$  でも自由度の小さい B 行列が存在し、有限自由度問題が残存する。

エネルギーの低い励起は「表面モード」の方であり、準位

$$E_n = r^n E_0 \quad (0 < r < 1, n = 1, 2, \dots)$$

が  $r^n d_0$  重縮退という具合に集積する。

magnon を boson とみなして、このスペクトルの場合に無限小温度で励起する magnon 総数を計算すると、二次元系の場合と同様に対数発散になっている。従って強磁性基底状態は不安定で、自発磁化はないということになる。しかし、前述のように系は本質的に一様でないので、波動関数に立入って調べてみると、中心部に存在するマグノンは無限小である。表面を考慮せず初めから無限行無限列の A 及び B の行列のみ考えれば励起スペクトルは  $z - 2\sqrt{z-1} \cos k$  という形になって、ギャップ  $z - 2\sqrt{z-1}$  が存在することが判る。このことから判断して、この樹の Ising 模型の場合と同じように、中心部には自発磁化<sup>2),3)</sup> が存在しうると考えられる。

#### 参 考 文 献

- 1) M. Kurata, R. Kikuchi and T. Watari, J. Chem. Phys. 21 (1953), 434.  
C. Domb, Adv. Phys. 9 (1960), 149.
- 2) H. Matsuda, Prog. Theor. Phys. 51 (1974), 1053.
- 3) T. P. Eggarter, Phys. Rev. B9 (1974), 2989.
- 4) R. J. Rubin and R. Zwanzig, J. Math Phys. 2 (1961), 861.