で a_k は state $\Omega^{-1/2}\exp(ikx)$ に対する消滅演算子。

また，別に線形応答理論を使って

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{\overline{A(k,\omega)}}{\omega} = \frac{m^2\,\overline{|\Phi|^2}}{k^2\,\tilde{\rho}_s\,f(k)}$$

但し $\tilde{\rho}_s$ は定数で，二流体論では $\vec{j}_s = \tilde{\rho}_s$ grad S （S はオーダーパラメーター Φ の位相）更に $f(k)=1$ としている。 k が小さいとき $k=2\pi/L$ まで含め $f(k)=1$ なら $\Lambda>0$ である（充分条件）。このとき $\Lambda = m(\overline{|\Phi|^2})^2/\rho\,\tilde{\rho}_s$ 。

ODLRO 即，超流動に対するさきの counter example では $f(k) = 1-(k_0/k)^2$ （但し $k_0 \sim \frac{\pi}{L}$ ）となって $\Lambda = 0$ が再び得られる。

縮退度及び相互作用の対称性と相転移の次数

名大工　中野藤生

相互作用を及ぼし合う多数の単位系の集合（一応格子を形成するものと考える。それに限定されなくともよいが）を考える。単位系の状態をスピン様の変数 σ_i （$=-s$, $-s+1$, …, $s-1$, s）を以て表す（$i=1,2,\cdots,N$;N は単位系の総数）。簡単のため差し当り相互作用エネルギーを

$$V(\sigma_i,\sigma_j) = -U\sigma_i\sigma_j - W(\sigma_i+\sigma_j) \qquad (1)$$

で表す。 i 番単位系の状態 σ_i は $D(\sigma_i)$ 重に縮退しているものとする。このような体系の熱力学的性質を論ずるのに次のような分類が有益である。磁性体の場合は $D(\sigma_i)$ が一定であり，従って $D(\sigma_i) = D(-\sigma_i)$, $V(\sigma_i,\sigma_j) = V(-\sigma_i,-\sigma_j)$ である。こ

のような体系は対称であると称したい。これが成り立たないものは非対称であると言うのである。$D(\sigma_i)$ が一定である磁性体の場合を対称でかつ一様であると呼ぶ。これは一般的な場合の考察において基準的体系としての役割を果す。

体系の状態和は

$$Z = \Sigma \cdots \Sigma \prod_{i=1}^{N} D(\sigma_i) \exp\left[-\beta \sum_{(ij)} V(\sigma_i, \sigma_j)\right] = \sum_{\sigma} \Omega(\sigma)\, e^{-\beta E(\sigma)} \qquad (2)$$

のように表わされる。$\sigma = \sum_i \sigma_i / N$ は σ_i の平均値で，$\Omega(\sigma)$ はこの平均値が σ に等しい値をとる場合の総数である。また σ_i の関数 $Q(\sigma_1, \cdots, \sigma_N)$ に対して，これら $\Omega(\sigma)$ 個の状態に関する平均値

$$\langle Q \rangle_\sigma = \Omega(\sigma)^{-1} \sum_{\sigma_1} \cdots \sum_{\sigma_N} Q(\sigma_i, \cdots, \sigma_N) \qquad (3)$$
$$\left(\Sigma \sigma_i = N\sigma\right)$$

を定義しておいて，$E(\sigma)$ は

$$e^{-\beta E(\sigma)} = \left\langle \exp\left[-\beta \sum_{(ij)} V(\sigma_i, \sigma_j)\right] \right\rangle_\sigma \qquad (4)$$

と解せられる。

非対称で $s = ½$ の場合は，2次元格子については Onsager,[1] Yang,[2] Yang−Lee[3] らの所論を利用すれば，相転移の次数，外力による転移（誘導転移）について厳密な議論ができる。[4] 外力 H によってエネルギー（1）の他に

$$-H \sum_i \sigma_i \qquad (5)$$

が付加されると考えてのことである。$s \geqq 1$ では厳密解が存在しないが，平均場近似のもとで同様な結論が導かれる。（5）が付加されると，状態和（2）は

$$Z = \sum_{\sigma_1} \cdots \sum_{\sigma_N} \exp\left[\beta V \sum_{(ij)} \sigma_i \sigma_j + \beta h(T,H) \Sigma \sigma_i\right] \qquad (6)$$

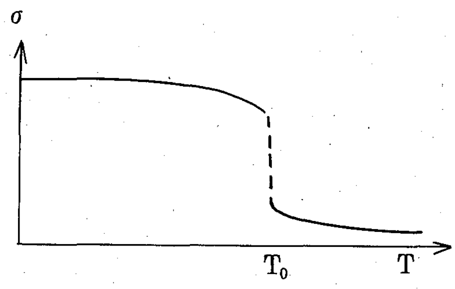
のように書き改められる。$h(T,H)$ は

$$h(T,H) = zU - kT \ln \frac{q}{p} + H \qquad (7)$$

のように表わされる。Yang−Lee[3]によれば（6）の特異点は $h=0$ のみに現れる。$h\equiv 0$ とした基準的体系の転移温度（キュリー温度）を T_c とすると，$T<T_c$，$h=0$ で（6）は特異的であり，それ以外では正則である。そこで，

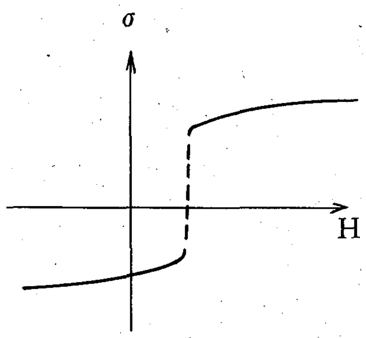
$$h(T_0, H) = 0 \tag{8}$$

から定まる温度 T_0 が $T_0 \lesseqqgtr T_c$ のいずれの場合に属するかに応じて体系は $T=T_0$ で1次もしくは2次の相転移を起し，もしくは全く転移を起さないことが分る。$s\geq 1$ では厳密解がないので平均場理論で取扱うと，同様な結論が導かれる。こういう非対称の体系の1次転移が起る場合の秩序パラメータ（σ_i の熱平均σ）の T，H に対する依存性は1図，2図のようになる。



T_0　　T

第　1　図



第　2　図

非対称の体系の1次転移は転移点以上でも σ が零でない。3図に示された $\sigma-T$ 関係が普通1次転移に見られるものである。対称な体系においてはこのような1次転移が起りうる。（4）を求めるのに，

$$E(\sigma) = \sum_{n=0}^{\infty} (-\beta)^n \lambda_{n+1} / (n+1)! \tag{9}$$

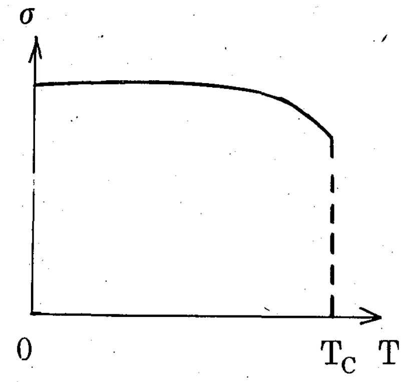
のような展開式が利用される。λ_n は

$$V_{全} = \sum_{(ij)} V(\sigma_i, \sigma_j) \tag{10}$$

に対する半不変数と呼ばれるもので

$$\lambda_1 = \langle V_{全} \rangle_\sigma, \quad \lambda_2 = \langle V_{全}^{\,2} \rangle_\sigma - \langle V_{全} \rangle_\sigma^2, \quad \cdots \tag{11}$$

のように表される。一様では１次転移は起らない。s＝½ で対称であると一様だから，少くとも s＝1 でないと１次転移は期待できないことが分る。そこで，s＝1 の場合に平均場近似（λ_1 のみ考慮に入れる）で考察してみると，D(1)＝D(-1)＜D(0)／4 であると１次転移が起り，σ－T 関係は３図のようになることが分る。



第 3 図

参　考　文　献

1） L.Onsager，Phys. Rev. 65 (1944)，117.

2） C.N.Yang，同　上　85 (1952)，808.

3） C.N.Yang and T.D.Lee，同　上　87 (1952)，404，410.

4） H.Nakano，Prog. Theor. Phys. 50 (1973)，1510，
S.Tanaka and S.Naya，同　上　51 (1974)，1994.

ボーズ気体の密度位相近似について

阪大教　西　山　敏　之

集団変数を用いてボーズ気体の基底状態や励起状態を求める方法としては，ⅰ）密度位相近似（DP）[1]，ⅱ）Bogoliubov－Zubarev の方法（BZ）[2]，ⅲ）correlated basis function の方法（CBF）[3]，ⅳ）速度演算子の方法（S）[4] などがある。Lee[5] や Berdahl[6] の同等性の証明によればこれらの方法は同じ基底エネルギー，励起エネルギーを与えると考えられる。しかし最近 Takahashi[7] は δ－関数相互作用をもつ１次