絶縁体における弾性表面波の減衰

北大・工　　中　山　恒　義

§1. はじめに

弾性表面波は（ここでは主にRayleigh波を意味する。）固体表面から一波長の深さにそのほとんどのエネルギーを集中させて伝播する。従って絶縁体においては，表面波が伝播するとき固体表面の欠陥の影響をうけやすい。また入力パワーが比較的小さくともエネルギー密度が大きくなり，弾性エネルギーの非調和項の効果をうけやすいことがその特長と言える。ここであつかうのは絶縁体中を表面波が伝播する際の減衰に関する問題である。Ezawa[(1)]によるサーフォンの理論にもとずいてこの問題を展開していく。

§2. 弾性表面波の非調和減衰

絶縁体における表面弾性波の減衰の要因としては，最も基本的なものに有限温度でつねに存在する弾性エネルギーの非調和項にもとづくものがある。§1でも述べたように，表面波は約一波長の深さにそのエネルギーを集中させて伝播し，従ってその波動関数の表面への局在の度合は波長に依存する。たとえば表面弾性波の波長 λ_R と熱フォノンの波長 λ_{th} の間に，$\lambda_R \gg \lambda_{th}$ という関係が成立する場合には，表面熱フォノンの量子は表面弾性波の量子にくらべて固体表面のごく近傍に局在していることになる。従って表面弾性波の量子は表面熱フォノンと相互作用する確率は少なく，直接バルクの熱フォノンと相互作用する。このような前提のもとにMaradudinとMills[(2)]およびKingとSheard[(3)]は表面弾性波の減衰率を求め，ωT^4 に比例する結果を得た。これはLandanとRumerによるバルクフォノンの減衰の結果とその依存性において変わりはない。

より低温における高周波の表面弾性波の減衰においては，$\lambda_R \approx \lambda_{th}$ なる関係が成立する場合がある。これは，例えばヘリウム温度で約20GHzの表面弾性波のときに実現される。この場合は表面弾性波と直接相互作用するモードとして，その波動関数のかさなりが一番大きいTRモード（全反射モード）を考えなければならない。計算は波動関数の

z 積分のために複雑になるが結果は$\Gamma \propto \omega^{1+n} T^{4-n}$ ($1.9 \lesssim n \lesssim 2.2$) となる[4]。 ここで興味あることはωのべきとTのべきが指数$n \approx 2$で連動していることである。Maradudin とMills[2] およびKing とSheard[3] による結果は本質的にバルクの場合と変わらず，また彼らの方法を任意の温度および周波数の場合への拡張は，サーフォン理論にもとづく場合と異なり困難である。このように高周波で低温における表面波の減衰がバルク波の場合といちぢるしく異なることは興味深い。現在まで得られている表面弾性波（表面超音波）の最高周波数は数GHz であることから，まだ以上の結果は検証されていないが，実験技術の進歩によりこの理論の検証がなされることが望まれる。

§ 3. 密度ゆらぎによる表面波の減衰

固体表面は一般的に，決してなめらかなものではなくて，不純物が吸着していたり，また表面の凸凹等による密度の変化が存在する。この減衰の要因も表面波の伝播に関しては重要なものである。独立な散乱体として近似できるほど希薄に分布したmass defects による表面波の散乱の理論的研究は，いくつか報告されている[5]。しかしながら，現実にはmass defects が統計的に独立に分布しているという確率は少なく，質量欠陥がクラスターを作りながらお互いに強い相関関係をもって分布している場合が多い。いま密度関数としてつぎのようなものを選ぶ。

$$\rho(\mathbf{r}) = \bar{\rho} + \Delta\rho(\mathbf{r})\sqrt{\frac{g}{\pi}}\ e^{-gz^2} \tag{1}$$

ここで$\bar{\rho}$は平均密度，$\Delta\rho(\mathbf{r})$は平均密度からのずれであり，z 方向に対してガウス型の深さの効果をもっている。また確率度数$\Delta\rho(\mathrm{r})$は，つぎのような性質をもっているとする。

$$\langle \Delta\rho(\mathbf{r}) \rangle_{E.A.} = 0\ , \ \langle \Delta\rho(\mathbf{r})\ \Delta\rho(\mathbf{r}) \rangle_{E.A.} = \overline{\Delta\rho^2}\, W\left(\frac{|\rho-\rho'|}{l_r}\ ,\ \frac{|z-z'|}{l_z}\right) \tag{2}$$

ここで$\langle\cdots\rangle_{E.A.}$は，確率変数$\Delta\rho(\mathbf{r})$に対する集団平均をあらわし，$\overline{\Delta\rho}$はゆらぎの巾，$l_r$は2次元の相関長，$l_z$はz 方向のそれである。Wとしては$l_r$，$l_z \to \infty$で0, l_r，$l_z \to 0$の極限で$\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$なるWhite Noise の場合を含んだ関数である。従っ

て$\overline{\Delta\rho}/\bar{\rho}\ll 1$ の場合，あるいは l_r，l_z が大きな場合は $<\Delta\rho(\mathbf{r})\ \Delta\rho(\mathbf{r}')>_{E.A.}$ を含む項は，摂動としてあつかうことができる。原理的には最低次のグリーン関数の補正を考え，五個の個有モードを考慮することにより自己エネルギーを求めて減衰率を計算するとよい。しかしながらここでは，(1)においてつぎのような考察から，g→∞ すなわち表面上に欠陥が統計的に分布している場合を考える。これは考えている波長にくらべて，欠陥が存在する深さが充分大きい場合にゆるされる。現在得られている表面波の励起素子の最高の周波数が，数GHz であることからもこれは妥当である。このような場合，減衰率Γ は解析的に求められて結果だけを書くと，

$$\Gamma_R(\omega)=\frac{\pi\,\overline{\Delta\rho}^2}{(2\pi)^4K^2C_R^3}\,\omega^5e^{-x}\left[\left(1-\frac{2\gamma\eta}{1+\eta^2}\right)^4\{I_0(x)+I_1(x)\}\right.$$
$$\left.-4\gamma^2\left(1-\frac{2\gamma\eta}{1+\eta^2}\right)^2\left(1-\frac{2}{1+\eta^2}\right)^2 I_1(x)+2\gamma^2\left(1-\frac{2}{1+\eta^2}\right)^4 I_0(x)\right] \qquad (3)$$

ここで

$x=l^2\omega^2/2C_R^2$ であり，$I_n(x)$ はModified Bessel Functionである。またγ，η，K はすべてバルクの弾性定数により決定される。(3)の結果は，この理論をバルクの場合に適用すると，$\Gamma\propto\frac{\overline{\Delta\rho}^2\omega^2}{l^2v^2}\left(1-e^{-\frac{l^2\omega^2}{v^2}}\right)$となり，その周波数と相関長の依存性は，いちぢるしく異なることは興味あることである。

参考文献

1) H.Ezawa：Ann.Physics 67 (1971) 438.

2) A.A.Maradudin and D.L.Mills：Phys.Rev.173 (1968) 881.

3) P.J.King and F.W.Sheard：Proc.Roy.Soc.London A320 (1970)175.

4) T.Sakuma and T.Nakayama：Appl.Phys.Lett.25 (1974)176.

5) R.G.Steg and P.G.Klemens：Phys.Rev.Lett.24 (1970)381.
T.Nakayama and T.Sakuma：Lett.Nuovo Cimento 2 (1971)1104.
T.Sakuma：Phys.Rev.Lett.29 (1972)1394.
T.Sakuma：Phys.Rev.B8 (1973)1433.