## 参考文献

1) 木村資生　Nature **217**, 624 (1968)
2) J. L. King and T. H. Jukes Science **164**, 788 (1969)
中立説に関する最近の議論は
Proceeding of Sirth Ber Keley Symposium on Mathematical Statistics and Probability Vol. 5 にくわしい。
3) R. E. Dickerson J. nol. Evol. Vol. 1, 26–45 (1971)
4) M. O. Dayhoff Atlas of Protein Sequence and Structure Vol. 5 Silver Spring, Md., National Biomedical Research Foundation, 1972
5) 野口玉治　東京経済大学，人文自然科学論集第３４号（1973）
物性研究　「分子進化」研究会報告
6) E. Zuckerkandl and L. Panling Evolving Genes and Proteins (edited by V. Bryson and H. J. Vogel), New York, Academic Press 1965, 97–166


# 環境のゆらぎが遺伝子頻度に及ぼす影響


九大理，生物・数理生物　高　畑　尚　之
石　井　一　成


近年，集団遺伝学に於いて，M.Kimura，T.Ohta らによって，遺伝子頻度の拡散モデルによる理論的解析は確立された感がある。特にコルモゴルフの Backward eq. から導かれる固定確率やそれまでの平均待ち時間は「進化」を考える上でも重要な役割を演じているし，興味深い量である。[1) 2)]

その理論の中で遺伝子頻度にランダムな変移を起因せしめる factor として，主に次の２つが考慮される。１つは，特に有限集団に於いて決定的であるが，無作為交配（Random Mating）を反映する Random Sampling という影響であり，今１つは環境（遺伝子をとりまく様々な外的作用）の揺動によるものとである。[3)]
後者は Selection Intensity，S を確率変数ならしめる。

さて我々の最初の問題意識は次の主張に始まる T.Ohta の論文[4)]であった。「固定

確率に於いて，S の分散が，その期待値に比して十分大きい時には，不利な遺伝子ですら Neutral （中立）な遺伝子の如くふるまう。」

以下は簡単な場合の結果であるが，拡散モデルの再検討を強いた意味で意義あると思われる。

モデルと仮定

(a) 集団の大きさ N は Sampling による Random な影響を無視できる程大きく，

(b) S (t) は Gaussian Random Process に従うとし，

(c) 遺伝子頻度 X (t) は，次の Langevin eq. に従うとした。

$$dX(t) = X(t)(1-X(t))dS(t) \tag{1}$$

以下は，(1) の type の一般形，

$$dX(t) = f(X(t))dS(t)^{5)} \tag{2}$$

から導かれる Fokker－Plank eq. を考える。

$u(X, t)$ を与えられた初期条件 $u(X,0) = \delta(X-X_0)$ の下での $X(t)$ の遷移確率密度とすると，

$$u_t(X,t) = -\{(\bar{S} + V_s f_x)fu\}_x + \{V_s f^2 u\}_{xx} \tag{3}$$

で，$\bar{S}$ は S の期待値，$2V_s$ は分散を示す。Kimura 理論との相違点は，drift 項の第 2 項が付加されねばならない点にある。

$f(X) = X(1-X)$ の時は (3) 式は両境界 $X = 0, 1$ で特異的で，いわゆる Singular Differential eq.[6] として扱わねばならない。完全な意味での遺伝子の固定 or 消滅は起こらない。境界条件として，$X = \frac{1}{N}$ ， $1 - \frac{1}{N}$ に吸収壁があるとした。これは集団が haploid から成る場合に対応したものと考えてよい。

$$\text{flux. } J = -\{V_s f^2 u\}_x + (\bar{S} + V_s f_x)fu \tag{4}$$

によって得られる固定確率 P，平均待ち時間 T は次の通りである。

$$P = \frac{\sinh \frac{C\xi_0}{2}}{\sinh \frac{C}{2}} e^{\frac{\xi}{2}(1-\xi_0)} \cong \xi_0 \left(1 + \frac{1-\xi_0}{2} C + \cdots\right) \tag{5}$$

$$T = \frac{L^2}{C V_s}\left(\coth \frac{C}{2} - \xi_0 \coth \frac{C\xi_0}{2}\right) \cong \frac{L^2}{6 V_s}(1-\xi_0^2)\left(1 - \frac{1+\xi_0^2}{60} C^2 + \cdots\right) \tag{6}$$

ただし,

$$L = 2\ln(N-1), \quad C = \frac{\bar{S} L}{V_s}, \quad \xi_0 = \frac{1}{2} + \frac{\ln\left(\frac{1-X_0}{X_0}\right)}{2\ln(N-1)}$$

$X_0$ は初期頻度 (7)

neutral の場合 （$\bar{S} = 0$）

$$P = \xi_0 \tag{8}$$

$$T = \frac{L^2}{6 V_s}(1 - \xi_0^2) \tag{9}$$

(6), (7) と (8), (9) を比較すると, $C = \left|\frac{\bar{S} L}{V_s}\right| \ll 1$ のとき，中立な結果と一致することが判る。これは, T.Ohta らの条件 $\left|\frac{\bar{S}}{V_s}\right| \ll 1$ と異なるし，又，中立な場合, $X_0$ を N に無関係な（0, 1）の任意の値を与えると, $P \to \frac{1}{2}$（$N \to \infty$, $X_0$ ; fix）となる。

残された問題として、現実の Process との比較検討, Langevin eq. (1), 境界条件の取り方等がある。又, Sampling の効果が無視できない有限集団に於いて付加されるべき drift 項がどのような結果を引き起こしたかについては，まもなく報告されるはずである。

## 参 考 文 献

1) Genetics **39** 280 May 1954

2) Genetics **47** 713–719 June 1962

3) Crow & Kimura An introduction to population genetics theory (1970). Chapter 8

4) Genet. Res. Camb, 1972 **19** p. 33–38

5) 伊藤 清，確率論 第7章マルコフ過程

6) W. Feller, Proceeding of Second Berkley Symposium on Mathematical Statics and Probability