

Title	Dynamic Self-Consistent Screening Approximation for Critical Exponent z
Author(s)	鈴木, 増雄; 田中, 文彦
Citation	物性研究 (1975), 24(2): B30-B33
Issue Date	1975-05-20
URL	http://hdl.handle.net/2433/89004
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

川崎恭治

に I の prefactor を問題にしているがこれが多少異っても実験と比較する super cooling 等への影響は殆どなく、この意味で理論は者の Becker - Döring のものから本質的な進歩ないと云える。事実最近の実験⁽⁵⁾によると CO₂ の臨界点近傍での super cooling は Döring の理論値の 3 倍にも達すると云う。これを説明できる理論は存在しない。しかし臨界点近傍では臨界核の形が普通考えられているような球とはちがって不規則に保っているであろうし、droplets 間の相互作用或は協力効果が準安定状態をより安定に保っている可能性もなくはないので、むしろこの様な喰い違いがあつてしかるべきであろう。この事は Nucleation の描像をはなれてより基礎的な立場から理論を作り直す必要がある事を意味しているのであろう。但しその時にも元の Stochastic Equation は正しいと思われるのでその処理が問題になる。この様な問題はより簡単な系—例えば TDGL で記述できるような系—について調べてみる事ができる。最近臨界現象でよく使われている ϵ 展開を応用してみるのも一案である。

参 考 文 献

- 1) J. S. Langer and L. A. Turski, Phys. Rev. A8, 3230 (1973)
- 2) K. Kawasaki, in "Synergetics" ed. H. Haken, Teubner, Stuttgart (1973)
- 3) J. S. Langer, Ann. Phys. (N. Y.) 54, 258 (1969)
- 4) K. Kawasaki, J. Stat. Phys. (1975) 5月号, 及び発表予定
- 5) W. I. Goldbury and M. Moldover, Phys. Review

『Dynamic Self-Consistent Screening Approximation for Critical Exponent z 』

東大。理 鈴木増雄, 田中文彦

最近、くり込み群の方法による動的臨界現象の研究が盛んになりつつある。この方法で具体的な結果を得ようとする時、ほとんどの場合 $\epsilon \equiv 4 - d$ (d ; 次元) に関する展開のように摂動を用いることになる。ここでの研究の目的は、このような摂動展開をし

『Dynamic Self-Consistent Screening Approximation for Critical Exponent z 』
 ないで、self-consistent に臨界指数を求め、しかもそれを擾動展開したとき、低次ではくり込み群の結果と一致するような表式を求めることである。静的な問題ですでに Bray¹⁾ が用いたのと同様に、次のようなダイアグラムの寄与を考える（ここではボーズ系について議論する）：

一体グリーン関数 $G_R(k, \omega) = [\omega - \epsilon(k) - \Sigma(k, \omega) + \Sigma(0, 0)]^{-1}$... (1)

自己エネルギー $\Sigma = \text{circle with dashed line} + \text{self-energy diagram with } V_{\text{eff}} \text{ and } G$... (2)

有効相互作用 $V_{\text{eff}} \text{ wavy line} = \text{dashed line} + \text{self-energy diagram with } V_{\text{eff}}$... (3)

これに対応する温度グリーン関数の閉じた方程式を書き下すと次のようになる：

$$\Sigma(k, i\omega_e) = -\sum_q \sum_{\omega_n} G(q, i\omega_n) + T \sum_q \sum_{\omega_n} e^{i\omega_n 0^+} G(q, i\omega_n) V_{\text{eff}}(k-q, i\omega_e - i\omega_n), \quad \dots (4)$$

$$V_{\text{eff}}(q, i\omega_n) = \frac{u}{1 - mu T \Pi(q, i\omega_n)} \approx -[m T \Pi(q, i\omega_n)]^{-1} \quad \dots (5)$$

$$\Pi(q, i\omega_n) = \sum_p \sum_{\omega_m} G(p, i\omega_n) G(q-p, i\omega_n - i\omega_m) \quad \dots (6)$$

但し、 $\omega_e = 2n_e \pi T$ ($n_e = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$)、 $\omega_n = 2n\pi T$ ($n = 0, \pm 1, \dots$)、 m は Bose field の成分の数である。²⁾ 上のような非線型の方程式の解の性質を調べるには次のようなスペクトル表示を用いると便利である。

スペクトル表示

$$G(k, i\omega_n) = \frac{1}{\pi} \int \frac{\rho(k, \epsilon)}{\epsilon - i\omega_n} d\epsilon ; \quad \rho(k, \epsilon) = \text{Im } G_R(k, \epsilon), \quad \dots (7)$$

$$V_{\text{eff}}(p, i\omega_n) = \int \frac{b(p, y)}{y + i\omega_n} dy. \quad \dots (8)$$

このスペクトル表示を用いて、(4) ~ (6)式を書き直し、 ω_n -sum で現わるボーズ分布関数 $f(\epsilon) = \{\exp(\epsilon/T) - 1\}^{-1}$ を $f(\epsilon) \approx T/\epsilon$ と近似して（これは臨界点近傍の異常性を議論する限り許される近似である）、その後で解析接続を行うと次のような方程

式が得られる:

$$G_R(k, \omega) = [\omega - \varepsilon(k) - \Delta \Sigma(k, \omega)]^{-1},$$

$$\Delta \Sigma(k, \omega) = T \sum_p \{ G(p, \omega) V_{\text{eff}}(k-p, 0) - G(p, 0) V_{\text{eff}}(p, 0) \}$$

$$- \frac{T}{\pi} \sum_p \int d\varepsilon \rho(p, \varepsilon) \frac{\omega}{\varepsilon(\varepsilon - \omega)} V_{\text{eff}}(k-p, \omega - \varepsilon),$$

$$V_{\text{eff}}(p, \omega) = - \{ m T \Pi(p, \omega) \}^{-1},$$

$$\Pi(p, \omega) = \frac{T}{\pi^2} \sum_q \int d\varepsilon_1 \int d\varepsilon_1' \rho(q, \varepsilon_1) \rho(p+q, \varepsilon_1') \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_1'}{\varepsilon_1 \varepsilon_1' (\varepsilon_1 - \varepsilon_1' + \omega)}. \quad (9)$$

上記の非線型方程式の解の中で, 次のようなスケール則を充たすものを探してみよう:

$$\rho(q, \varepsilon) = q^{\eta-2} \rho(\varepsilon/q^z), \quad \dots (10)$$

$$\Pi(p, \omega) = p^{d-2(2-\eta)} \Pi(\omega/p^z). \quad \dots (11)$$

このとき, スケーリング関数 $\rho(x)$, $\Pi(x)$ に対する方程式と $\Delta \Sigma(k, \omega)$ は次のように与えられる:

$$a) \quad \Pi(v) = \frac{1}{(2\pi)^d} \int \frac{d^d u}{u^{2-\eta} (\mathbf{e}+u)^{2+\eta}} \int \frac{\rho(x)}{x} dx \int \frac{\rho(y)}{y} dy \frac{xu^z - (\mathbf{e}+u)^z y}{xu^z - (\mathbf{e}+u)^z y + v},$$

$$b) \quad \rho(x) = \text{Im} [1/S(x + i0^+)] \quad \text{or} \quad [S(v)]^{-1} = \frac{1}{\pi} \int \frac{\rho(x)}{x - v - i0^+} dx,$$

$$c) \quad S(v) = S_0(v) + S_1(v),$$

$$S_0(v) = \frac{1}{m} \frac{1}{\Pi(0)} \frac{1}{(2\pi)^d} \int d^d u \left[\frac{(\mathbf{e}+u)^{2(2-\eta)-d}}{u^{2-\eta}} \cdot \frac{1}{S(v/u^z)} - \frac{1}{u^{d-2+\eta} S(0)} \right],$$

and

$$S_1(v) = - \frac{v}{m} \frac{1}{(2\pi)^d} \int d^d u \frac{1}{\pi} \int dx \frac{\rho(x)}{x(x-v/u^z)} \frac{(\mathbf{e}+u)^{2(2-\eta)-d}}{u^{z+2-\eta}} \cdot \frac{1}{\Pi\left(\frac{v-xu^z}{(\mathbf{e}+u)^2}\right)},$$

$$d) \quad \Delta \Sigma(k, m) = -k^{2-\eta} S(\omega/k^z) \quad \dots (12)$$

ここで, $\omega \rightarrow 0$ の static limit をとると Bray の結果¹⁾ が検証されることがわかる。(量子効果が現われない。) 上の方程式を解くのは非常に難かしいので近似的に解いてみる。一つの近似は $\rho(x)$ が $x=1$ に鋭いピークを持つ ($m \rightarrow \infty$ では厳密にそうになっている) として $\Pi(v)$ の積分の中を $x=1, y=1$ の値で置きかえる。さらに, v について展

開して v の一次の項より z に対する閉じた方程式を作ると

$$1 = -\frac{1}{m} \frac{1}{(2\pi)^d} \int d^d u \frac{(e+u)^{2(2-\eta)-d}}{u^{2-\eta+z}} \left\{ \frac{1}{g(0)} - \frac{1}{g(-u^z/(e+u)^z)} \right\}, \quad \dots (13)$$

但し

$$g(v) = \frac{1}{(2\pi)^d} \int \frac{d^d x}{x^{2-\eta}(e+x)^{2-\eta}} \frac{x^z - (e+x)^z}{x^z - (e+x)^z + v}. \quad \dots (14)$$

これを数値的に解けば動的臨界指数 z が求まる。 $m \rightarrow$ 大として $1/m$ の一次まで展開すると容易にわかるように、すでに知られている結果^{3)~6)}

$$z = 2 - \eta + 2\lambda + O(m^{-2}),$$

$$2\lambda = \frac{d\eta}{\epsilon} \left\{ 2^\epsilon \theta(d-3) \cos^2(\pi d/2) - 1 \right\} + O(m^{-2})$$

となる。この方法の輸送係数⁷⁾への応用は目下研究中である。

参 考 文 献

- 1) A. J. Bray, Phys. Rev. Lett. **32**, (1974), 1413.
- 2) S. Ma, Rev. Mod. Phys. **45**, (1973), 589.
- 3) M. Suzuki and F. Tanaka, Prog. Theor. Phys. **52**, (1974), 344.
- 4) I. Kondor and P. Szépfalusy, Phys. Lett. **47A**, (1974), 393.
- 5) R. Abe, Prog. Theor. Phys. **52**, (1974), 1135.
- 6) M. Suzuki, Prog. Theor. Phys. **53**, (1974), No. 1
- 7) M. Suzuki, Phys. Lett. **48A**, (1974), 315.

『一様なボーズ凝縮体の不可逆過程』

東大・理 田 中 文 彦

相互作用するボーズ粒子系の熱的平衡状態に於いて、一様な凝縮体が存在しているとき、そのゆらぎと安定性は、運動量 0 の一粒子準位に関してゆらぎの演算子を導入する