

## ボーズ多体系のミクロな理論

講師 阪大教養 高橋 実

ボーズ多体系の性質を元のハミルトニアンから出発して導くことは、多くの理論家たちによって試みられて来たが、まだ多くの未解決の部分を残している。この講義ではボーズ多体系の基底状態および低エネルギーの励起状態について、理論の発展を追いながら到達点と問題点を明らかにした。

ボーズ多体系の励起状態は、Landau によって現象論的に研究され、フォノンとロトンの二種類の低エネルギー励起が存在することが予言されたが、その後中性子散乱の実験等により正確な励起スペクトルが見い出されている。この励起スペクトルの特徴を初めて導びいたのは、Feynman である。彼は変分法を用いて、実験で求められる structure factor と励起スペクトルをみごとに結びつけた。この段階では定量的一致は良くなかったが、物理的考察から変分関数を改良することによって実験との差を縮めることに成功している。

(Feynman-Cohen)。しかし、物理的考察からさらに良い変分関数を見い出すことはたいへん困難である。Kuper は、Feynman の初めの変分関数がちょうど粒子数密度 (の Fourier 成分) になっていることに目をつけ、これに粒子数密度の二次の項を付加えて変分計算を行い、Feynman-Cohen と同じ位良い結果を得た。Kuper の方法は、変分関数として粒子数密度のさらに高次の項を付加えたものを用いることによって、現在も改良の試みがなされている。

一方、励起状態についての摂動論的なアプローチは、Bogoliubov の理論以来やはり多くの試みがある。その中から流体力学の量子論的な展開に基礎をおく理論として Sunakawa の理論が紹介された。速度演算子を定義し、これと密度演算子を用いてハミルトニアンを書きかえる方法である。この方法で励起スペクトルはかなり良い値を与えるが、出発点である速度演算子が存在しえないなど数学的厳密さを欠くという欠点をもっている。

さて、 $\delta$ 関数型の相互作用をする一次元系に対しては Lieb-Liniger の厳密解があるが、これと比較することによっていろいろな理論をチェックすることができる。Sunakawa の理論およびこれと同等な Bogoliubov-Zubarev の理論は、基底エネルギーの  $r$  の展開 ( $r =$  相互作用の大きさ / 密度) で、 $r^2$  の項が符号から合わないことが、最近 Takahashi によって指摘された。これらの理論は、数学的厳密性を保つことも含めて何らかの修正が求められている。

文責 阪大理 浜田 典昭