強磁場中エキシトニック相の一問題点

九州共立大・工　長 井 達 三

§1. 序

物質の一基底状態として，長距離秩序をもつ電子 − 正孔対の凝縮した状態であるエキシトニック相が予言されてから，一昔以上になる。C_r 以外には，長い間，実験的に見い出されていなかったが，最近，強磁場下でその可能性を暗示する実験結果が報告された。[1,2] ここでは，今までに為された理論的研究の一つの問題点について述べる。

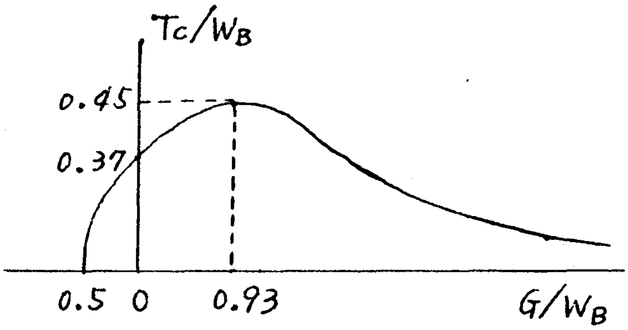
転移温度 T_c は，分子場近似で次のように求められる。[3] 今，indirect band overlap (gap) をもつ 2−band model を取る（a：伝導帯，b：価電子帯）。強磁場のため，各バンド共，最底のランダウ準位（n＝0）だけが，フェルミ準位の近傍にあり，n＝0 だけを考えればよいものとする。このとき，量子数は $\alpha=(X, p)$ となる（X：サイクロトロン運動の中心座標，p：磁場方向の運動量）。a, b 電子は $V_0\,(>0)$ で相互作用しているものとすれば，ハミルトニアンは次のように書ける。

$$\mathscr{H}=\sum_{\alpha}\left[E^{a}_{\alpha}\, a^{+}_{\alpha}\, a_{\alpha}+E^{b}_{\alpha}\, b^{+}_{\alpha}\, b_{\alpha}\right]+\sum_{k} V_0\ \rho_a(\mathbf{k})\ \rho_b(-\mathbf{k}), \tag{1}$$

ただし，$E^{a}_{\alpha}=p^2/2m-G=-E^{b}_{\alpha}\equiv\xi_p$（p は，各バンドの極値から測る），$\rho_a(\mathbf{k})=\sum_{\alpha\alpha'}\langle\alpha|e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}|\alpha'\rangle\, a^{+}_{\alpha}\, a_{\alpha'}$。G は磁場 H により変えることができる。超伝導理論との類似から，秩序パラメタは，$\Delta=V_0\sum_{\alpha}\langle a_{\alpha}\, b^{+}_{\alpha}\rangle$ と定義できて，T_c は Δ の消失する温度として求まる。

$$1=\frac{V_0}{2}\sum_{px}\frac{1}{\xi_p}\cdot\tanh\left(\frac{\xi_p}{2k_B T_c}\right)。 \tag{2}$$

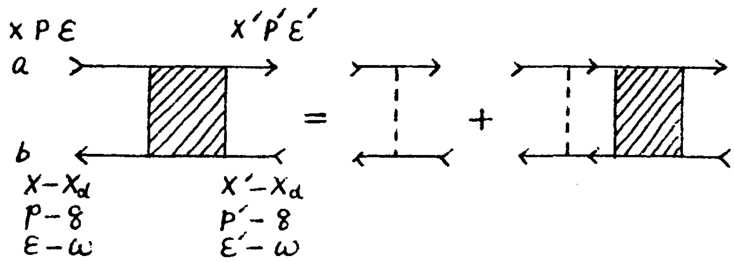
数値計算の結果は，T_c は，第1図のようになる。電子 − 正孔対の束縛エネルギー $W_B\equiv(V_0\sqrt{m}L\cdot\rho_x/2\hbar)^2$ で，スケールしている（L^3：体積，$\rho_x\equiv L^2/2\pi\ell^2$：X の縮退度，$\ell\equiv\sqrt{\hbar c/eH}$：サイクロトロン半径）。



第 1 図　転 移 温 度

§2. 問 題 点

散乱振幅の極は，束縛エネルギーを表わす。摂動論の立場から見ると，この極はvertex part の極に一致するので，対形成の問題は vertex part の singularity を調べる問題に帰着する。前節の分子場近似は， vertex part を，第2図のように，反平行の ladder を無限に集めたもので近似することに対応する。

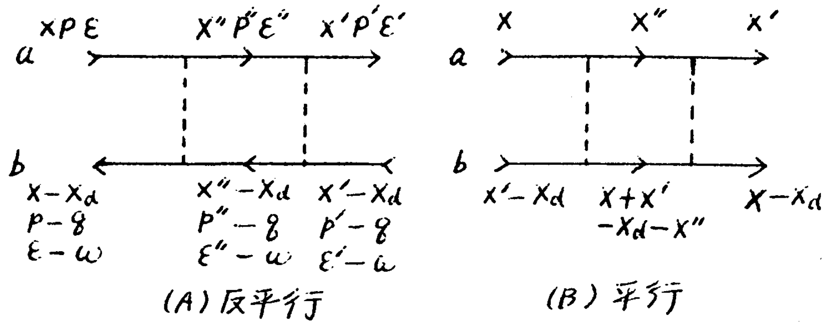


第 2 図　vertex part

これには，二つの問題点がある。

1) E_{α}^{i} が一次元的なので， singular element は反平行だけでなく，平行線を持つものもあり，共に logarithmic singularity を示す。これは， parquet 方程式に導く。

Abrikosov は，一次元モデルで $G \gg W_B$ の場合に，この問題を議論した。[4] しかし，横方向の運動の自由度 X は，重要で，相互作用を通じて入ってくる。その行列要素（第2図の第1項）は，$J(X-X', X_d) \equiv (L/\sqrt{2\pi}\cdot\ell)\cdot\exp[-\{(X-X')^2+X_d^2\}/2\ell^2]$ のように，横の自由度に依存する。このため秩序パラメタのゆらぎは，三次元的になる。[3] このように，相互作用により，横方向に動けるということが，ゆらぎを抑え相転移を可能にしている。[5] Brazovskii は，Abrikosov のモデルに X の効果を入れて，反平行線をもつ singular element が最も重要であるという結論を得た。[6] これは，次のような事情による。第3図の (A) に示す反平行線を持つ singular element は，量子数 X に関して，$J(X-X'', X_d)\cdot J(X''-X', X_d)$ なる，たたみ込み型であるのに対し，(B) の平行線を持つものは，$J(X-X'', X_d-X'+X'')\cdot J(X''-X', X_d-X+X'')$ とたたみ込み型にならない。そのため，vertex part を求める積分方程式で，Fourier 成分について，反平行型は分離できるが，平行型は積分が残ってしまう。その結果，平行型の singularity は弱められる。この Brazovskii の結果は，本質は分子場近似で尽されるということを意味する。



第 3 図　Singular element

2) logarithmic singularity が存在するのは，$G \gg W_B$ の場合だけであるから，$|G| \lesssim W_B$ で分子場近似による結論が正しいという保証はない。事実，第3図 (A) の element Πanti は，$q=0$，$G \gg |\omega|$ のとき，次のような singularity を示す。

$$\Pi \mathrm{anti}(X-X', X_d; \omega) = V_0^2 \sum_{X''} J(X-X'', X_d) J(X''-X', X_d) \cdot \frac{L}{\pi\hbar}\sqrt{\frac{m}{2G}}\left[\ell n \left|\frac{8G}{\omega}\right| + i\frac{\pi}{2}\right]。 \tag{3}$$

第2図の vertex part $\Gamma(X-X', X_d, q; \omega)$ を，変数 $(X-X')$ について Fourier 展開し，その成分の複素上半面での最大の極は，(3) 式を使って次のようになる。

$$\omega = i\ 8G \cdot \exp\left[-\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{2G}{W_B}}\right]。 \tag{4}$$

従って，(3) 式を得る条件 $|\omega| \ll G$ を満たすためには，$G \gg W_B$ でなければならない。即ち，反平行線を持つ element は，$G \gg |\omega|$ ならば，常に logarithmic singularity を持つが，それで組み立てられる vertex part が極を持つのは，$G \gg W_B$ に限られる。

以上より，§1 の相図（第1図）は，$G/W_B \gg 1$ では正しいが，$|G|/W_B \lesssim 1$ の領域では正当化されない。そこでは，電子 ― 正孔対の気体から出発すべきだろう。この事情は，磁場がないときも同じであり，これからの問題である。

参 考 文 献

1) S. Mase and T. Sakai, J. Phys. Soc. Japan **31**, 730 (1971).
   T. Sakai, N. Goto, and S. Mase, J. Phys. Soc. Japan **35**, 1064 (1973).
2) N. B. Brandt and S. M. Chudinou, J. Low Temp. Phys. **8**, 339 (1972).
3) H. Fukuyama and T. Nagai, J. Phys. Soc. Japan **31**, 812 (1971).
   T. Nagai and T. Tsuzuki, J. Low Temp. Phys. 投稿中.
4) A. A. Abrikosov, J. Low Temp. Phys. 2, 37 (1970).
5) H. Fukuyama, T. Tsuzuki, and S. Nakajima, J. Phys. Soc. Japan **39**, 1439 (1975).
6) S. A. Brazovskii, JETP, **34**, 1286 (1972);
   JETP, **35**, 433 (1972).