

論文 Introduction of A New Principle in the Theory of
Magnetism に対する宮原氏のコメントに対する筆者の
回答

東大・理 飯 田 修 一

本誌に掲載された筆者の二つの論文に対して、宮原氏のコメントが vol. 25, no. 5 に掲載された。

筆者のこの問題に関係する論文としては、 Part I, The Classical Derivation of the Meissner Effect in Perfect Conductors 24 (1975) no. I p. 1-44; Part II. New Statistical Thermodynamics for Magnetizable Materials and Superconductors 24 (1975) no. 5, p. 207-246 の二つが本誌に掲載され、更にその中で度々断っているように Part III, Fundamental Meaning of the Vector Potential, the Magnetic Energy, the Hamiltonian, and the Meissner Effect が後続する。Part III は日本物理学会の Journal of Phys. Soc. Japan に 1975年5月15日 に投稿されたが、問題の性質上レフェリーとの意見交換に大変時間が掛り、筆者としても甚だ残念に思っている。しかし争点の本質が略々明確化し、殆んど結着した状態になってきり。之又数十頁に亘る論文なので、本書面の中でその内容を伝えることは困難である。なお更に、日本語解説「電磁気学体系の中に実在として位置づけられる電磁ポテンシャルを特に区別することについて」(60枚程度)と、Part IV, Fundamental Transfer Relation of Energy in the Curie-Langevin-Debye Paramagnetism (14枚)も用意されているが、Part III の公表を前提として書かれているので、論文公表の手続きを取るに至っていない。

以上の状況のもとではあるが、折角の宮原氏の御投稿があったので、可能なその御返事をしようと思う。なおこれらの論文の基礎には最近の拙著「新電磁気学」上、下、丸善(1975)がある。特に 9.5, 12.2, 12.3, S. 3 節は重要な関連があることを指摘させて頂く。

さて Part I と Part II については、Part IIIのようにレフェリーとの討論修正の過程がなく、更に当時京都に赴かない限り、著者校正が事実上不可能であった出版事情なども加わって、各種のミスも多く、甚だ読み辛いものになっている点は予めお断りさせて頂く。宮原氏のコメントを精読してみると、単に言葉の定義の問題のようにも感じられるが、以下お答えしたい。

「Miss Van Leeuwen の定理は誤りである。」という言明には誤りはなく、その根拠を現象論的には十二分に示した心算である。定理が誤りであることをいうのは簡単であって、定理の根拠になったハミルトニアンが、磁気エネルギーの重要項を無視したものであり、不適當であり、且つそれに従わない例があることを述べれば十分である。なお微視的立場からの厳密な証明は Part III の問題である。

近代物理学において熱力学と統計力学は融合して一体であるとの立場を筆者は取っている。従って微視的立場を基礎にした熱力学という意味で Statistical Thermodynamics と述べたのであって、言葉に誤りがあるとは思われない。Part II に展開される各種の熱力学関数はそれを見ただけで、熱統計力学に精通している人であれば、実際問題に対してどう統計を取るかは自明であると考えている。例えば定温定磁場では、 $G^{\text{II}} = U_L + \sum_i U_{k2}^i + \frac{M^2}{2} - \frac{H^2}{2} - TS$ を極小にすると主張した場合、 $S = k \ln g$ であって、 g は磁化 M を持ち、 $U_L + \sum_i U_{k2}^i$ が一定の状態の数になることは自明と考えている。なお念のため、初学者のために次のことを述べさせて頂く。

われわれの対象はある熱力学関数を極小にするような形で平衡状態が定義され、その平衡状態と同一の性質を持つ集団の数の対数でエントロピーが定義されるが、実際にわれわれが各瞬間に観測しているもの（状態という）はその集団中の唯一つである。熱力学はこれらの集団中に圧倒的な確率を持つ状態の性質を統計的平均等の手段を使わないで解析していく物理学であって、それ自身存在意義を主張できる。又統計力学により完全に支持される。唯一つの状態の性質と、統計平均した性質が一致するのは 10^{23} ケと云った粒子数が関係する自然界の本質的事実の一つである。又熱力学と力学、電磁気学の関係に関しては、力学、電磁気学、熱力学は古典物理学の三本柱であって、熱力学が力学や電磁力学を直接使用していることは自明である。更に力学や熱力学の平衡と直接関係する定理として熱力学においても、体系の平衡状態は、「エントロピー一定のもとで、エネルギー（熱力学関数ではない）が最低になった状態である。」（厳密に言うのは面倒なので多少省略している。詳しくは H. B. Callen, "Thermodynamics" (1960) John-Wiley & Sons, p. 88 を参照下さい。）があって、別に統計平均操作等を直接入れなくても此等は相互に重要な有機的關係を持っているのである。

なお宮原氏の問題にされた正しい「ハミルトニアン」にもとづいてアンサンブル平均を取るという言葉に対し筆者は Part III で修正を提案する。本年四月の名古屋の学会で説明したが、Meissner 効果をハミルトニアンで取扱う場合、今まで文献にあらわれている既知のハミルトニアンの精度ではこの効果が入らない。Ginzburg-Landau の方程式で

もこの点を $H^2/2$ を導入して補正を試みているようであるが、筆者は電磁情報の伝達速度が、光速度 c であって有限であることから来る本質的なハミルトニアン適用限界の問題と、体系の構造を必要な精度で表現してゆく場合に直面せざるを得ない、解析実行上の数学的な困難性から来る技術的な問題点という二つの観点から、体系が巨視的な尺度で不均一になる Meissner 効果の場合の取り扱いには、ラグランジアンを取扱いは、ハミルトニアンの取り扱いに比し本質的に優位に立つことを主張して居り、Part III を精読した識見ある学者の一人から、「多電子系の取り扱いにハミルトニアンを基礎にすることは、ラグランジアンを基礎にするのに比べて著しく複雑になるように思う。」との証言を得ていることを述べる事ができる。

問題の基本的な点は、熱統計力学的なアンサンブル平均を取る際に、試料の反磁性磁気能率の異なるアンサンブルに対して、もし一つのアンサンブルを連続変化させて持つて行くなれば外部磁場の源になる体系に誘起されるかも知れない誘導起電力の効果をどう考えるかという点に収約されている。筆者は熱統計力学の本質的な考え方として、Configuration Space でのアンサンブル平均には外部磁場の源になる体系のパラメータは固定して考えることは差支えないと主張する。例えば超電導体のリングの中の磁束が一定に維持されるのは熱統計力学の結果であって、熱統計を行う際に予め条件として抱束すべきものではないとする立場である。この例の場合にも詳細に見ると Penetration Depth $A = \sqrt{mc^2/ne^2}$ の桁の領域ではその囲む磁束の量は変化しているのであって、その変化の様相を理論的に確定するのが、超電導体のリングに関する熱統計力学の役割りなのである。以上の事情を端的に示すものとして次の例が挙げられる。今リング状の容器をコイル又は磁石の磁場の中に入れ、電子ガスを充満したと考える。問題の1はその時の熱平衡状態における電子ガスと磁場の浸透度との関係如何ということである。問題の2は次にコイルの電流を下げるか、あるいは磁石又はコイルを移動させて、印加磁場を取り除き、リング状電子ガスを熱平衡に達せさせたとする。この際の電子ガスの熱統計力学の取扱い方とその結論は如何ということである。筆者は筆者の信ずる熱統計力学の手法によって、この場合電子ガスは超電導体の場合に観測されているのと同様な結果、即ち浸透速度 A の永久電流の存在が熱統計力学的に厳密に導出できることを主張する。単純化のためには壁は弾性壁を考えるとよい。この場合の既存の熱統計力学による結論を筆者は了解していないが、もしある結論が既存の熱統計力学により厳密に出せるのであれば、是非その手法と文献名を御連絡頂きたいと考える。この場合の本質的な問題点は電磁誘導現象と熱統計力学との相互関係であって、通常使われるハミルトニアンはこ

の場合に重要な量になる閉ぢこめられた磁束の持つ磁気エネルギーを示す項を持っていないのである。

以上簡単な記述であって、問題の本質のありかを指摘する程度に止まり、問題の解答の内容をあきらかにしたものではありませんが、宮原氏に対する御返事と致します。この程度の説明では不備であり、微視的立場より十分に筆者の主張を理解したいと希望される場合には、Part III の公表までいま暫く待つて頂きたいと存じます。

なほ Part II, p.225 で、 $\int \mathbf{E} \cdot \mathbf{j} dt$ 項の物理的意義に考え落としがあり、これは $-\mathbf{S} \mathbf{A}^{LY} \cdot \mathbf{j}/c$ とすべきことが判明しました。 \mathbf{A}^{LY} は一般化したロンドン・ゲージのベクトルポテンシャルで、 $\mathbf{A} = \mathbf{A}^{LY} + \nabla \Psi$ であり、超電導体の表面で $\mathbf{A} \cdot \mathbf{n} = \nabla \Psi \cdot \mathbf{n}$ (\mathbf{n} は法線ベクトル) で定義されます。その結果

$$dU = TdS + HdH - \frac{\mathbf{j}}{c} \cdot d\mathbf{A}^{LY} \quad (80)$$

となりますが、Meissner 状態では

$$dU = TdS + 2HdH \quad (80)$$

となり

$$dF = -SdT + 2HdH \quad (82)$$

$$dG = -SdT \quad (84)$$

となります。Part II の記述は不十分ですが、他の式は差支えありません。以上の内容は Part III に詳しく説明致します。