京都大学学術情報リポジトリ
KURENAI 紅
Kyoto University Research Information Repository

京都大学
KYOTO UNIVERSITY

Title	7.くりこみ群変換からみた2次元量子spin系(臨界現象,研究会報告)
Author(s)	本田, 直文
Citation	物性研究 (1977), 27(5): E19-E21
Issue Date	1977-02-20
URL	http://hdl.handle.net/2433/89287
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

Kyoto University

参 考 文 献

1) M. E. Fisher, Rev. Mod. Phys. **42**, (1974), 597.
2) S. Grossmann, Z. Physik, **B21**, (1975), 403, **B22**, (1975), 401.
3) S. Ma, Phys. Rev. Letters **29**, (1972), 1311.

くりこみ群変換からみた２次元量子spin系

東大教養　本 田 直 文

表記の問題について最近検討した結果を報告する。計算が簡単なので三角格子を採用し，spinの大きさは $1/2$ とする。全系を３つのspinから成るcellに分割する。[1] 格子点にあるspinを site spin ，cellを代表するspinを cell spinと呼ぶ。site spin のHamiltonian

$$\mathcal{H} = K_2 \sum_{(ij)} (S_i^x S_j^x + S_i^y S_j^y) + K_1 \sum_{(ij)} S_i^z S_j^z \quad ((ij) \text{ は n.n. pair}) \qquad (1)$$

とかく。$\mathcal{H}$ はcell内部の相互作用 $\mathcal{H}_{0i}$ の総和 $\mathcal{H}_0 = \sum_i \mathcal{H}_{0i}$ (cellも添字 i,j であらわす）とcell間相互作用Vとの和である。そこで密度行列を $\exp \mathcal{H} = \exp(\mathcal{H}_0 + V) = [\exp(\mathcal{H}_0)]S$ とかき，S をDyson 展開であらわす。これはVに関する摂動展開となっている。ここでの取扱いは摂動の１次に限る。

cellを記述する基底ベクトルを $|\mu_i, \sigma_i>$ ($\mu_i = \pm 1$, $\sigma_i = 1, 2, 3, 4$）とかき次のようにえらぶ。

$$\mu_i = 1 \begin{cases} |1,1> = \alpha\alpha\alpha & (S=\frac{3}{2},\ M=\frac{3}{2}) \\ |1,2> = \frac{1}{\sqrt{3}}(\beta\alpha\alpha + \alpha\beta\alpha + \alpha\alpha\beta) & (S=\frac{3}{2},\ M=\frac{1}{2}) \\ |1,3> = \frac{1}{\sqrt{3}}(\beta\alpha\alpha + e^{\frac{2\pi}{3}i}\alpha\beta\alpha + e^{-\frac{2\pi}{3}i}\alpha\alpha\beta) & (M=\frac{1}{2}) \\ |1,4> = \frac{1}{\sqrt{3}}(\beta\alpha\alpha + e^{-\frac{2\pi}{3}i}\alpha\beta\alpha + e^{\frac{2\pi}{3}i}\alpha\alpha\beta) & (M=\frac{1}{2}) \end{cases} \qquad (2)$$

$\mu_i=-1$ に対する表式は上式で α と β とを交換したものである。S,Mは合成スピンの大きさと z 成分である。$|\mu_i, \sigma_i>$ は $\mathscr{H}_{0i}$ の固有状態，即ち $\mathscr{H}_{0i}|\mu_i \sigma_i> = E_\sigma|\mu_i \sigma_i>$ (E_σ は μ_i および i に indep.) で，$E_1=(3/4)K_1$，$E_2=K_2-(K_1/4)$，$E_3=E_4=-(K_2/2)-(K_1/4)$ である。μ_i はcell spin 変数で，$\mu_i=1$ は cell spin が z 軸 (基底(2) の量子化軸) の正の向きに向いた状態，$\mu_i=-1$ は負の向いた状態とする。

このくりこみによって Hamiltonian は

$$\mathscr{H}' = N' \ell n\ z_0 + K_2' \sum_{(ij)} (\mathscr{S}_i^x \mathscr{S}_j^x + \mathscr{S}_i^y \mathscr{S}_j^y) + K_1' \sum_{(ij)} \mathscr{S}_i^z \mathscr{S}_j^z \tag{3}$$

となる。ここに $\mathscr{S}$ は cell spin の演算子で，N′は cell の総数，$z_0 = \exp E_1 + \exp E_2 + 2\exp E_3$，そして

$$\begin{aligned} K_1' &= 8K_1 f^2 \qquad f = \frac{1}{z_0}\left(\frac{1}{2}e^{E_1} + \frac{1}{6}e^{E_2} + \frac{1}{3}e^{E_3}\right) \\ K_2' &\doteqdot 2K_2 g^2 \qquad g = \frac{1}{z_0}\left(\frac{2}{3}e^{E_2} - \frac{2}{3}e^{E_3}\right) \end{aligned} \tag{4}$$

である。変換 (4) は Ising 軸上に固定点 ($K_1^*=1.342$，$K_2^*=0$) をもつ。これは Ising 系の固定点であり，λ_T (cf. 1) も Ising 系の値が得られる。

しかし変換 (4) を Heisenberg 系 ($K_1=K_2=K$) に適用すると Ising like ($K_1' > K_2'$) な系になってしまう。このことからもわかるように，(4) はくりこみ群変換のもつべき性質を一般には備えていない。

そこで Heisenberg 系のくりこみをどのように行ったらよいかを考えてみる。V は最隣接 cell 間の相互作用 V_{ij} の和であるから，摂動展開は V_{ij} の積の和になる。例えば摂動の6次には $[(V_{12}V_{32}V_{42})(V_{65}V_{67})(V_{89})]$ という項がある。(　　) 内にあらわれるいくつかの cell は相互作用で結ばれた cluster となっている。またどの cluster にも含まれない独立した cell 全体をまとめてひとつの cluster とみなす。そして，cluster ごとに，cell spin を記述する基底ベクトル (2) の量子化軸方向を独立にとる。cell spin 変数の意味づけも，このようにとった量子化軸 (その cell がどの cluster に属するかで異る) に関して行う。こうしてくりこみを行い，さらにその結果を量子化軸の方向について平均する。

結果は，

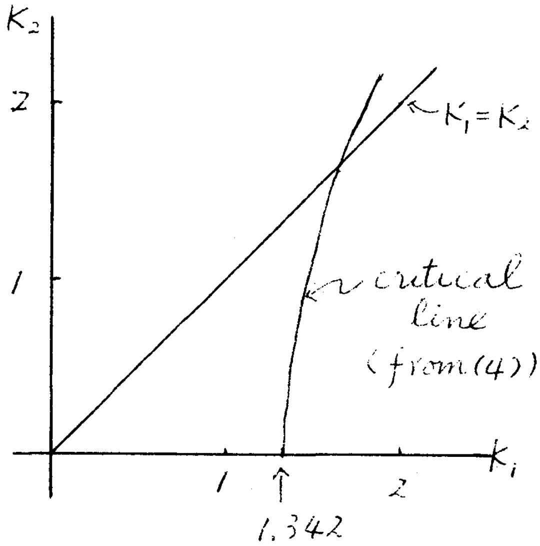
$$\mathscr{H}' = N' \ell n\ z_0 + K' \sum_{(ij)} (\vec{\mathscr{S}}_i \cdot \vec{\mathscr{S}}_j) \tag{5}$$

$$K' = \frac{4}{9} K \frac{\exp 3K + (1/2)}{[\exp(3K/2) + 1]^2} \tag{6}$$

となる。$K' < K$ 故くりこみを繰返すと系は trivial な固定点 $K^* = 0$ に近づく。

変換（4）は $K_1 = K_2$ と交る critical line を与えるが，この critical line は本来直線 $K_1 = K_2$ の下側の領域にあって，$K_1 = K_2$ を漸近線とする曲線であるべきことが，上に述べた変換（6）の性質から結論される。

Ising line な系に対しては，このような critical line を与え，Heisenberg系では（6）に帰着し，planar および XY 系にも適用できる一般的なくりこみの方法を検討中である。



量子スピン系の real space でのくりこみ変換は 2)，3) でも試みられているが，結果にくいちがいがあり，方法的にも疑問な点がある。

参 考 文 献

1) Th. Niemeyer and J. M. J. van Leeuwen, Physica **71** ('74) 17

2) J. Rogiers and R. Dekeyser, Phys. Rev. **B13** ('75) 4886

3) D. D. Betts and M. Plischke, preprint ('76)