1／f パワースペクトルを持つ時系例

茨城大学工学部　安　久　正　紘
木　下　哲　男

スペクトルが低周波帯で 1／f になるゆらぎは抵抗体を流れる電流,[1] 宇宙線, 原子炉中の中性子数,[1] 神経膜のポテンシャル，水晶発振器の周波数，高速道路の自動車流,[2] 音楽あるいは話し言葉の音量,[3] 等々非常に多岐にわたる物理現象に存在している。個々の現象に表われる 1／f ゆらぎについては多くの説明が試みられているが統一的な理解は得られていない。本小論は比較的ゆるやかな条件のもとで 1／f スペクトルを持つ時系列について述べ，次にこれを表わす物理的モデルについて考察する。

始めに緩和過程が全くランダムに重なり合う次の時系列 A(t) を考察する。

$$A(t) = \sum_i A_i \exp[-S_i(t-t_i)]\, U(t-t_i) \tag{1}$$

ここで t_i は i 番目のパルスの発生する時刻，A_i は振幅，S_i は緩和周波数で，これらは互いに独立な確率変数であると仮定されている。U(t) は $t>0$ で 1 になる階段関数である。(1) 式より A(t) の低周波極限 ($\omega \to 0$) のスペクトル密度として，

$$<|A(\omega)|^2> = <|A_i|^2> \int_0^\infty dS_i \frac{P(S_i)}{S_i^2+\omega^2} \underset{\omega\to 0}{\to} <|A_i|^2> P(0)\frac{2\pi}{\omega} \tag{2}$$

が得られる[4]。ここで $P(S_i)$ は緩和周波数 S_i の分布を示し，$S_i \to 0$ で有限な極限を持つと仮定されている。実際 A_i，S_i および t_i として独立な一様乱数を計算機に発生させ構成した時系列の波形を図 1 に示す。図 2 は時系列の 1／f スペクトルを表わす。図 3 はゆらぎの波高分布であり指数分布で与えられる。物理的なモデルとして空間に分布する粒子の放出源を考え，これらは互いに無相関とする。それぞれの粒子源の粒子放出の時間変化が緩和過程で表わされるものとすると，これらの影響をすべて受ける空間の 1 点で観測すれば，粒子数のゆらぎは (1) 式の時系列で表現され，そのスペクトルは 1／f になる。これは宇宙線や原子炉内中性子の 1／f ゆらぎのモデルを提供すると考えられる。さらに粒子源のかわりに音源をとればオーケストラの音量の 1／f ゆらぎにまた高速道路

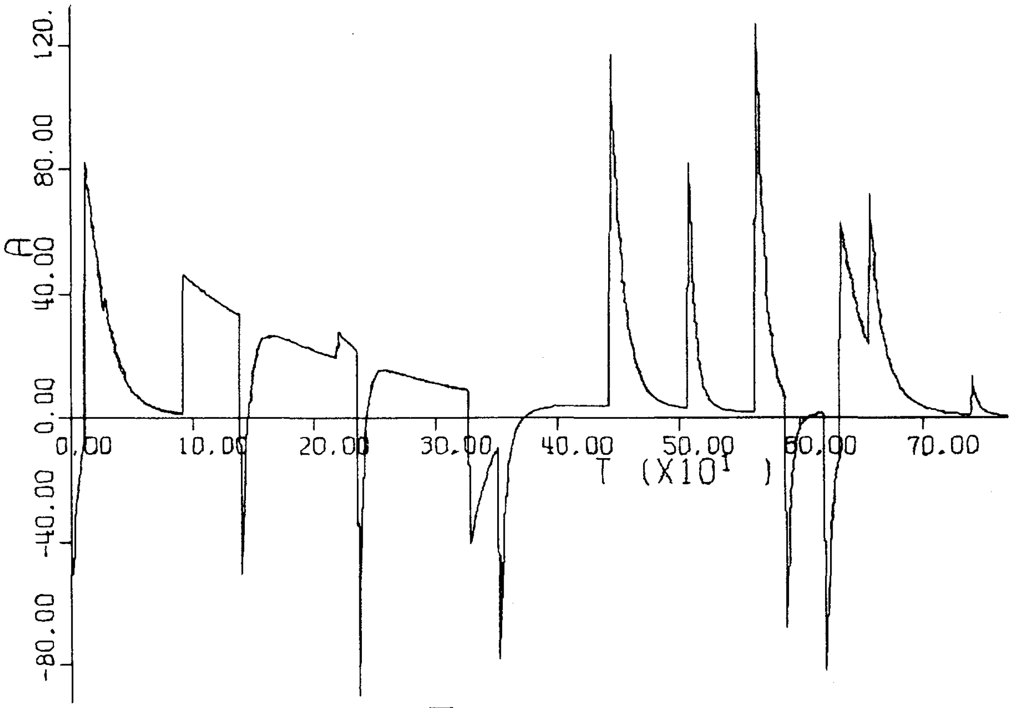
120.
80.00
A
40.00
0.00
-40.00
-80.00
0.00
10.00
20.00
30.00
40.00
50.00
60.00
70.00
T (X10¹)

図　1.

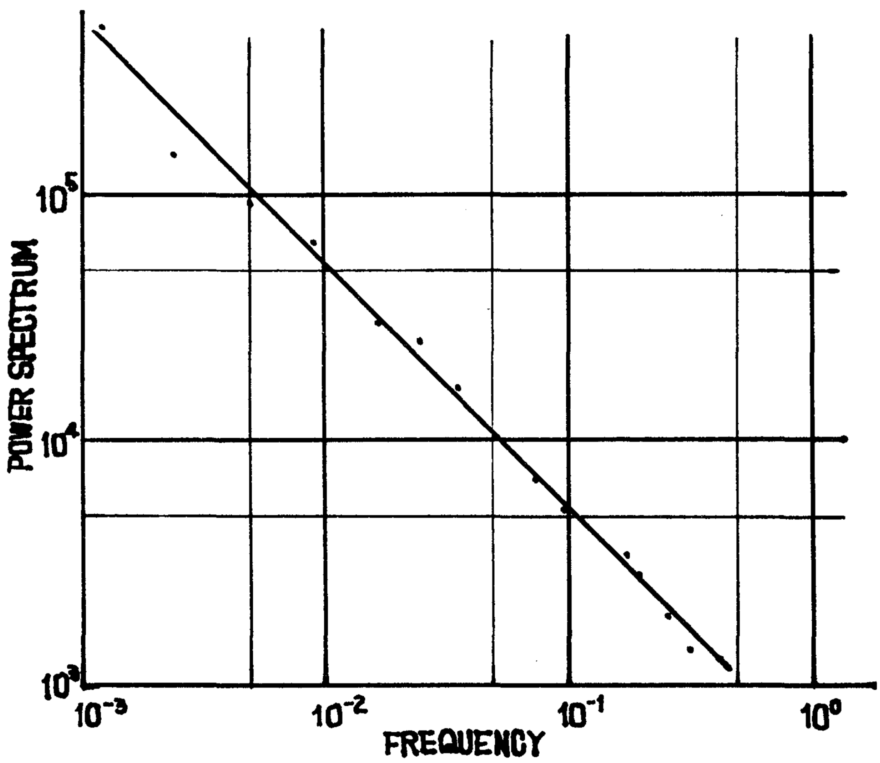
POWER SPECTRUM
10⁵
10⁴
10³
10⁻³
10⁻²
10⁻¹
10⁰
FREQUENCY

図　2.

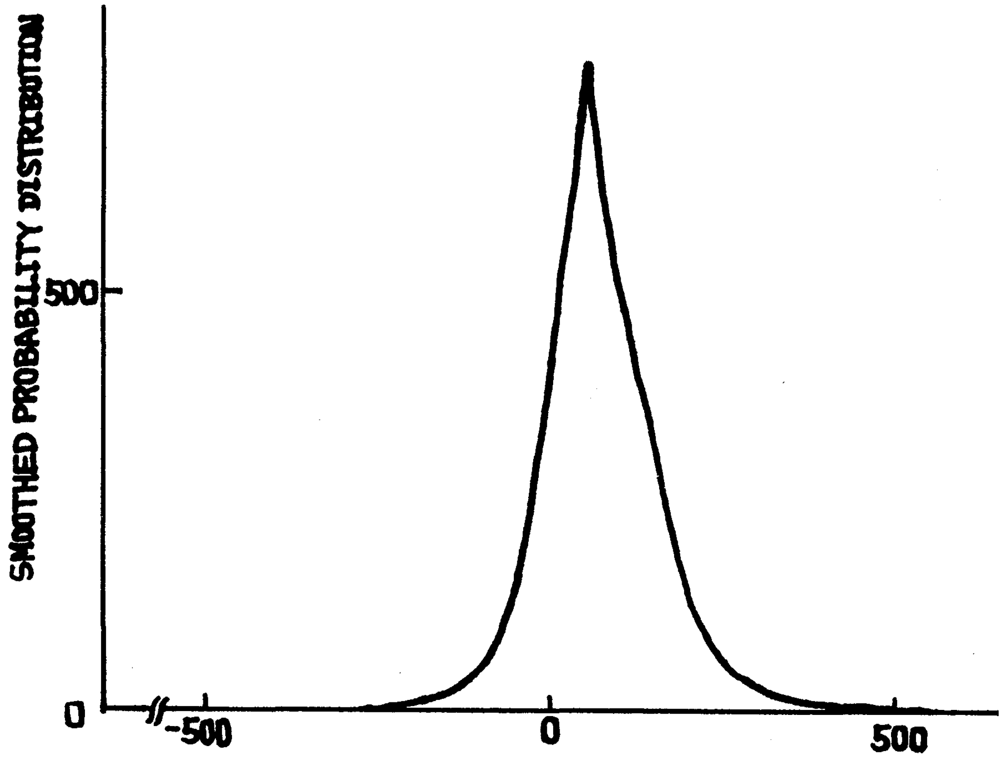
SMOOTHED PROBABILITY DISTRIBUTION
500
0
-500
0
500

図 3.

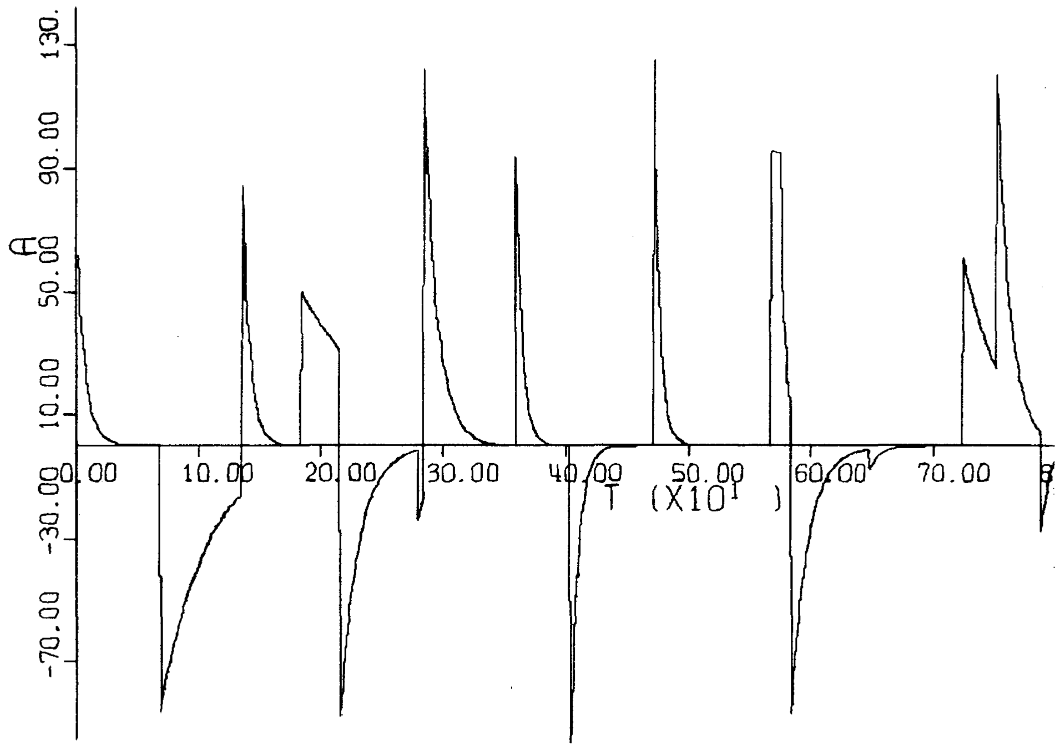
130.
90.00
50.00
10.00
-30.00
-70.00
A
0.00
10.00
20.00
30.00
40.00
50.00
60.00
70.00
T (X10^{1})

図 4.

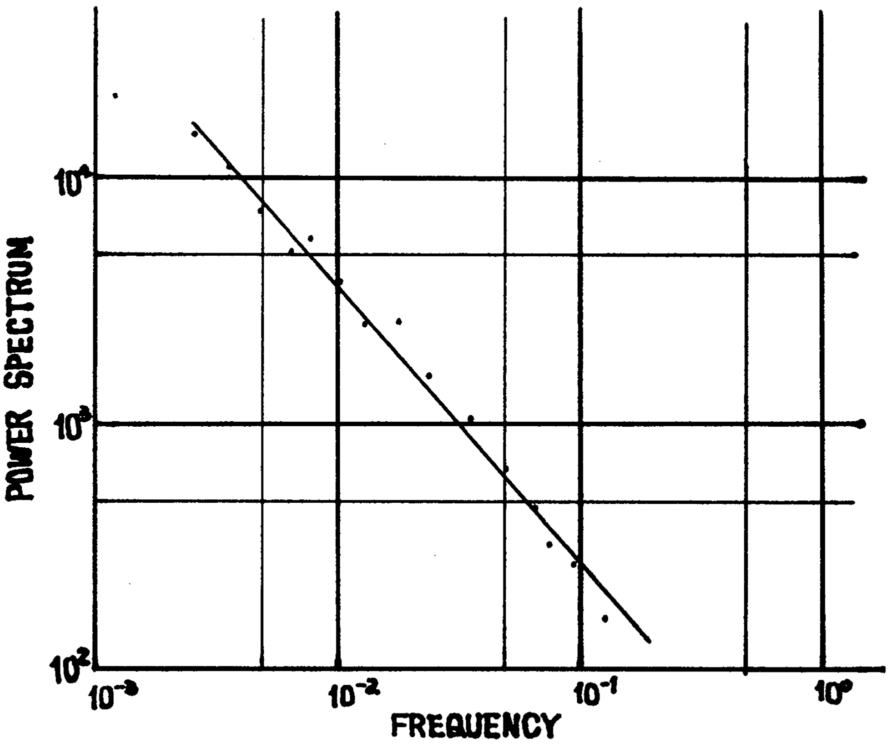

図 5.

に連ながっている支線を高速道路への自動車の供給源と見なせば，自動車流の 1/f ゆらぎのモデルとしても考えられる。

以上述べた時系列 (1) 式の変形として図 4 に示すようにランダム力で切られた独立な緩和過程が継続して表われる時系列のスペクトルを図 5 に示す。この場合もランダム力による切られ方が少なく，独立な緩和過程が継続して表われると見なせる時系列の場合には 1/f スペクトルが表われる。 種々の濃度で空間に不均一に分布する散乱体中を進行する粒子の速度は上述の時系列の物理的なモデルと考えられる。

参 考 文 献

1) J.L. Tandon and H.R.Bilger, J.A.P. **47**, (1976)1697.

2) T. Musha and H.Higuchi, J.J.A.P. **15**(1976) 1271.

3) R.F.Voss and J.Clarke, Nature. **258**(1975) 317.

4) M.Agu, J. Phys. Soc. Japan **40** (1976) 1510.