という分布関数に対する表式を得る。ここにΩはq-数からc-数に移行する際のmappingの種類を示している。具体的には

$$\mathbf{M}^{(N)} = S\mathbf{m} - \frac{i}{2}\mathbf{m}\times\mathbf{L} \qquad (\text{Normal mapping}),$$

$$\mathbf{M}^{(A)} = (S+1)\mathbf{m} + \frac{i}{2}\mathbf{m}\times\mathbf{L} \qquad (\text{Antinormal mapping}),$$

で与えられるものである。

iv) 以上の結果は次の様にまとめられよう。

A) 非平衡系を扱う際の大きなわく組としては減衰理論に依る。殊にそのconvolutionlessな表式を用いることにより総ての時間領域をカバー出来る。

B) 非線型性及び量子効果は一般化位相空間の方法による。この手法はii), iii)の例で見られるように非常に有力である。

斯如く我々はA), B)二つの理論形式を併用することによって非平衡系に対する非線型・量子効果を論ずる枠組を示したのである。

以上はSchrödinger表示の立場であるが，最近 Heisenberg picture からのわく組も出来上ったものであるが別の機会に譲る。

非平衡状態に於けるランジュバン型方程式

山口大学教育学部　古　川　　浩

静的及び動的な側面から物理量のゆらぎを記述出来るランジバン方程式は統計力学に於いて動要な位置をしめる。最近のKubo達の仕事[1,2]は線型のFokker-Planck方程式の非定常状態への拡張の可能性を示している。ここではLangevin型方程式の一般的な拡張を示そう。

物理量のset を column vector A によって表わす。$\triangle A(t)$ を時刻 t に於ける A のゆらぎとする。$\triangle A(t)$の時間微分は形式的に二つの部分に分けることが出来る。

$$\frac{d\triangle A(t)}{dt} = F(\triangle A\,;\,t,s) + R(t,s), \qquad (t \geq s) \tag{1}$$

ここに F は次の二つの仮定を満すものとする。

i) F は二つの時間座標 t 及び s ($\leq t$) のみの陽関数である。

ii) F は $\triangle A(\tau)$ ($t \geq \tau \geq s$) の線型汎関数である。

次に $\triangle A$ の相関関数を ($\triangle A(t)$, $\triangle A^*(s)$) とあらわそう。ここに，($\triangle A_i(t)$, $\triangle A_j^*(s)$) を ij- 要素として，それらは

$$(\triangle A_i(t),\ \triangle A_j^*(s)) = <\triangle A_i(t)\triangle A_j^*(s)>_0$$

又は

$$= \frac{1}{it} <[\triangle A_i(t),\ \triangle A_j^*(s)]>_0, \ \text{etc.}$$

のように与えられるものとする。ここに $<--->_0$ は平均値を表わす。

($\triangle A(t)$, $\triangle A^*(s)$) に対する運動方程式は

$$\left(\frac{d\triangle A(t)}{dt},\ \triangle A^*(s)\right)$$

$$= (F(\triangle A;\,t,s),\ \triangle A^*(s)) + (R(t,s),\ \triangle A^*(s)), \qquad (t \geq s) \tag{2}$$

となる。(2) の右辺第一項は ($\triangle A_i(\tau)$, $\triangle A_j^*(s)$) ($i,j = 1, \cdots, n;\ t \geq \tau \geq s$) に線型である。R は上の仮定 i) 及び ii) をみたす以外何ら制限されていない。したがって F に対して第三の仮定は，

iii) F は R と $\triangle A(s)$ が直交するように選ぶ：

$$(R(t,s),\ \triangle A^*(s)) = 0, \qquad (t \geq s) \tag{3}$$

したがって (2) 式は，

$$\left(\frac{d\triangle A(t)}{dt},\ \triangle A^*(s)\right) = (F(\triangle A;\,t,s),\ \triangle A^*(s)) \tag{4}$$

となる。さらに (4) 式を s で微分して得る次式

$$\left(\frac{dF(\triangle A;\,t,s)}{ds},\ \triangle A^*(s)\right) = \left(R(t,s),\ \frac{d\triangle A^*(s)}{ds}\right) \quad (t \geq s) \tag{5}$$

の右辺に，

$$\frac{d\triangle A(s)}{ds} = F(\triangle A;\,s,s) + R(s,s)$$

を代入する。このとき $F(\triangle A;\,s,s)$ は仮定 ii) より $\triangle A(s)$ の線型な関数となり，それ故 iii) より $R(t,s)$ に直交している。よって (5) 式は

$$\left(\frac{dF(\triangle A;\,t,s)}{ds},\ \triangle A^*(s)\right) = \left(R(t,s),\ R^*(s,s)\right) \quad (t \geq s) \tag{6}$$

となる。(6) 式は fluctuation-dissipation theorem に，そして (1) 式はLangevin方程式に対応する。

例 I

$$F(\triangle A;\,t,s) \equiv K(t,s)\,\triangle A(t)$$

とおく。

(6) 式は，

$$\frac{dK(t,s)}{ds} = \left(g(t,s),\ g^*(s,s)\right)\left(\triangle A(t),\ \triangle A^*(s)\right)^{-1} \tag{7}$$

ここで $R \equiv g$ とおいた。一方さらに (4) 式より，

$$K(t,s) = \left(\frac{d\triangle A(t)}{dt},\ \triangle A^*(s)\right)\left(\triangle A(t),\ \triangle A^*(s)\right)^{-1} \tag{8}$$

例 II

$$F(\triangle A;\,t,s) \equiv K(t,t)\,\triangle A(t) - \int_s^t \varphi(t,\tau)\,\triangle A(\tau)\,d\tau$$

とおく。

(6) 式より

$$\varphi(t,s) = (f(t,s),\ f^*(s,s))(\triangle A(s),\ \triangle A^*(s))^{-1}, \tag{9}$$

(4) 式より，

$$\left(\frac{d\triangle A(t)}{dt},\ \triangle A^*(s)\right) = K(t,t)(\triangle A(t),\ \triangle A^*(s)) - \int_s^t \varphi(t,\tau)(\triangle A(\tau),\ \triangle A^*(s))\,d\tau \tag{10}$$

平衡状態では例Ⅰは，最近 Mori と Tokuyama によって与えられたランジバン型方程式を与える。[3,4] 例Ⅱは最初 Mori[5] によって議論されたものに帰着する。非平衡状態に於いてはここで議論したランジュバン型方程式は projection operator の方法[6]によるものとは少し異なった表現を与える。例えば，$K(t,t)\triangle A(t)$ は projection の方法では，$K(0,0)\triangle A(t)$ に置き換り，その為かどうか fluctuation-dissipation theorem (6)がまだ得られていない。

参　考　文　献

1) R.Kubo, K.Matsuo and K.Kitahara, J. Stat. Phys. **9** (1973), 51.
2) N.G.van Kampen, in *Fluctuation Phenomena in Solids,* R.E. Burgess (Academic Press, New York-London)
3) M.Tokuyama and H.Mori, Prog. Theor. Phys. **55** (1976), 411
4) H.Furukawa, Prog. Theor. Phys. **56** (1976), 464
5) H.Mori, Prog. Theor. Phys. **33** (1965), 423.
6) H.Fujisaka and H.Mori, Prog. Theor. Phys. **56** (1976), 754.