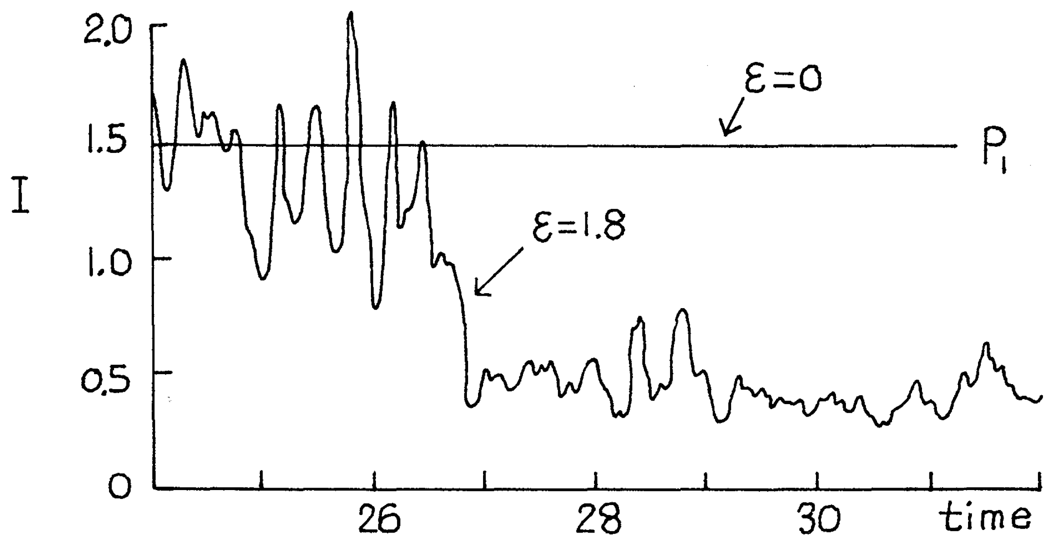

図 3.　アトラクターからの脱出。
パラメータの値は図 1 と同じ。

参 考 文 献

1) E. N. Lorenz: J. Atmos. Sci. **20** (1963) 130.
2) D. Ruelle and F. Takens: Commun. math. Phys. **20** (1971) 167.
3) R. M. May: Nature **256** (1975) 165; J. theor. Biol. **51** (1975) 511.
4) K. Nakamura: J. Phys. Soc. Japan **38** (1975) 46.
5) B. V. Chirikov et al.: Comput. Phys. Commun. **5** (1973) 11.

Domain dynamics と mode selection

東大・理　斎 藤 幸 夫

以前平衡へ近づく際に起こるモード選択をスピノダル分解を例に考えたが，今回は非平衡定常状態でできる構造とそのモード選択を考える。例としては微分負性抵抗系の Kroemer 模型を考え，無次元化した電場 E と電流 J_t の従う式を導く。

$$\alpha\ \partial E/\partial T = J_t - J_\ell(E)$$

$$J_\ell(E) = (1+\alpha\ \partial E/\partial X)\,J_u(E) - \beta\ \frac{\partial}{\partial X}\left[(1+\alpha\ \partial E/\partial X)\frac{J_u}{E}\right]$$

$$J_u(E) = (E+B\ E^{p+1})/(1+E^p)$$

B は重い電子と軽い電子の移動度の比（<1），p は両電子の密度比の電場依存性の指数である。更に外部電位差 $\int_0^1 E\ dX = E_{外} =$ 一定 の拘束条件がつくのがこの系の特徴である。今比 B が臨界値 $(p-1/p+1)^2$ より小さいと，$J_t = J_u(\dot{E}_{外})$ の一様定常電流特性に微分負性抵抗領域が現われる。

この時 $\eta = (B-B_c)^{1/2}$ を微小パラメータとして電場，電流を臨界値のまわりに展開し時空間のスケールを変換してやる。

$$E = E_c + \eta\varepsilon$$

$$J_t = J_c - \eta^2\,\partial J_u(E_c)/\partial B_c + \eta^3\ \mathscr{J}_t$$

$$\xi = \eta(x-vt)\ , \qquad \tau = \eta^2 t$$

ここで v は系の並進の速さである。η の 3 次までで電場 ε の運動方程式を導けば

$$\alpha\,\partial\varepsilon/\partial\tau = \mathscr{J}_t - \mathscr{J}_u(\varepsilon) + m\ \partial^2\varepsilon/\partial\xi^2$$

$$\equiv -\delta\psi/\delta\varepsilon \tag{1}$$

となる。負抵抗領域では一般に，

$$\mathscr{J}_u(\varepsilon) = -a\varepsilon + b\varepsilon^3 \qquad (a, b > 0)$$

と書ける。汎関数 $\psi = \int d\xi\left[\frac{1}{2}m(\partial\varepsilon/\partial\xi)^2 - V\right]$ は“ポテンシャル” $V(\varepsilon) = -\int_0^\varepsilon \mathscr{J}_u(\varepsilon')\,d\varepsilon' + \mathscr{J}_t(\varepsilon-\varepsilon_{外})$ の中で“時間” ξ で運動する“質量” m の一次元粒子の“座標” ε に対する作用積分と見なせる。(1) より ψ は τ の単調減少関数であり，外部電圧一定の拘束条件は ψ を $\mathscr{J}_t$ について極小化することと等価になる。

(1) の定常有限解はエネルギー $\mathscr{U}$ を持ち，

$$\frac{1}{2}m(\partial\varepsilon/\partial\xi)^2 = \mathscr{U} - V = \frac{b}{4}(\varepsilon-\varepsilon_1)(\varepsilon-\varepsilon_2)(\varepsilon-\varepsilon_3)(\varepsilon-\varepsilon_4)$$

かつ $\varepsilon_1 < \varepsilon_2 < \varepsilon_3 < \varepsilon_4$ をすれば，解は

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_3(\varepsilon_4-\varepsilon_2) - \varepsilon_4(\varepsilon_3-\varepsilon_2)\ \mathrm{sn}^2(\Xi, k)}{(\varepsilon_4-\varepsilon_2) - (\varepsilon_3-\varepsilon_2)\ \mathrm{sn}^2(\Xi, k)}$$

となる。但し，

$$\Xi = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{b}{2m}\cdot(\varepsilon_4-\varepsilon_2)(\varepsilon_3-\varepsilon_1)}\cdot\xi$$

$$k = \sqrt{(\varepsilon_3-\varepsilon_2)(\varepsilon_4-\varepsilon_1)/(\varepsilon_4-\varepsilon_2)(\varepsilon_3-\varepsilon_1)}\quad。$$

外部電圧一定の拘束条件を満たすパラメータ ($\mathscr{J}_t, \mathscr{U}$) の組は無数にあり，どの解が真に安定な解であるかの判定は以上の決定論的議論では扱えない。非線形非一様な系の線形化による安定性の議論は難かしいので，ここでは別の議論を考えてみる。つまり実際の系でのドーピング不純物の非一様性や電極接触ポテンシャルといったヘテロ核生成によるモード選択の代りに，(1) 式に白色ガウス型雑音電流を入れてホモジニアス核生成によるモード選択効果を取り込むことである。電場分布 $\varepsilon(\xi)$ の分布汎関数に対する Fokker-Planck 方程式の定常解を作ると，$P_s[\varepsilon(\xi)] \sim \exp[-\psi(\varepsilon)/\mathscr{R}]$ の形をしており，ψ を最小にする組 ($\mathscr{J}_t, \mathscr{U}$) が選ばれることになる。数値計算を行なって見ると $\mathscr{J}_t \to 0$，$\mathscr{U}$ の大きな組合せ程 ψ が小さく，またこの解の電場分布の周期は長くなっていくことが結論される。

この理論は系の中にドメインが１つしかなく，その電場周期が無限大のものを仮定すると，Butcher の等面積則と一致する電場の最大，最小値を与える。また ψ の中で電場の空間変化を無視し，積分 $\int_0^{\varepsilon}\mathscr{J}_u(\varepsilon')\,d\varepsilon'$ を積 $\mathscr{J}_u(\varepsilon)\cdot\varepsilon$ に置き換えて考えると Ridley の entropy production 最小の原理と一致する ($\psi \Longleftrightarrow T\dot{s}$)。

本方法の新しい帰結は，沢山のドメインが存在する定常状態は不安定で，真に起こるのはドメインが１つの状態であることが示せたことである。詳細は論文を準備中である。

参　考　文　献

H. Kroemer　IEEE ED-**13** (1966) 27

B. K. Ridley　Proc. Phys. Soc. **82** (1963) 954

P. N. Butcher　Phys. Lett. **19** (1965) 546

非平衡系としてのトンネル接合

東大・理　小　野　嘉　之

トンネル接合の電流電圧特性は，通常トンネルハミルトニアンの方法で，孤立系として扱われて計算されている。しかし，孤立系と考えるのは、実験の状況に合わないように思われる。例えば，２つの金属の間の電位差をＶとすると，図１の斜線の部分にある電子の数は、$\Omega N(\varepsilon_F)eV$ である。ここでΩは左側の金属の体積，$N(\varepsilon_F)$ はフェルミ面近傍での単位積当りの状態密度である。$N(\varepsilon_F)\varepsilon_F$ は普通 $10^{22}\,cm^{-3}$ 程度である。また通常用いられている試料は $10^{-1}\sim10^{-2}\,cm^3$ 程度である。ジョセフソン効果の場合は eV は超伝導ギャップの程度，即ち温度単位で，$1\sim10K$ 程度である。また $\varepsilon_F\sim10^4K$ であることに注意すれば，

$$\Omega N(\varepsilon_F)eV \simeq 10^{16}\sim10^{18}\ \text{ケ}$$

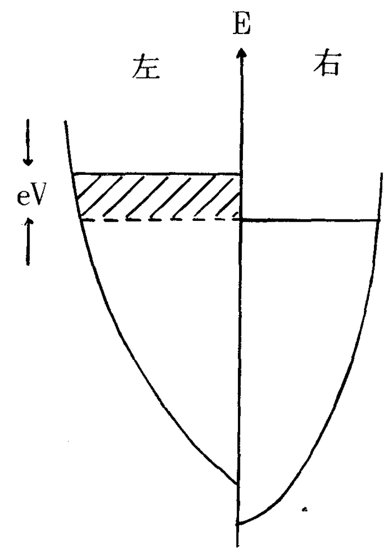

図　1

となる。一方流れる電流は，$1\sim10mA$，即ち $10^{16}\sim10^{17}$ 電子／秒 の程度である。トンネルハミルトニアンの方法では，流しはじめのほんの僅かの間しか記述出来ないことになるが，実験はそれ程単時間に行っているわけではない。外部回路からの電子の補給があるので，系の化学ポテンシアルは不変に保