

転移現象として見た吸い込みの まわりの渦の発生と成長

東工大・理 川久保達之

液体を入れた容器の底に吸い込み (sink) があるとき、液体が渦を巻きながら吸い込みから流れ出ていく現象は日常よく見かけるところである。最初、ほとんど静止している状態から出発しても渦流が成長するのは、吸い込み口に向かって流れる動径方向の運動によって供給されたエネルギーが回転運動の自由度へ変換されるためであろう。

試みに図1に示すような容器を作り、最初、液体に小さな回転の disturbance を与えておいてコックを開き液体を流出させる。このときコックの開きの大きさを加減して流量を変えると、流量が多いときには渦流が成長し、流量が少ないときには disturbance は減衰するといったように、渦流の成長には図2に示すように流量に関するある閾値があるようである。また液体として水を使った場合は渦流ができやすいが、粘性係数の大きな液体を使った場合には渦流は成長しにくい。すなわち閾値が高い。

このように渦流の成長の問題は非平衡系における一種の転移現象と見ることができるが、その事情は Navier-Stokes の方程式を吸い込みのある2次元流体に適用することによって比較的簡単に説明できそうである。円筒座標を使って Navier-Stokes の方程式を表わし、吸い込み口を中心とする

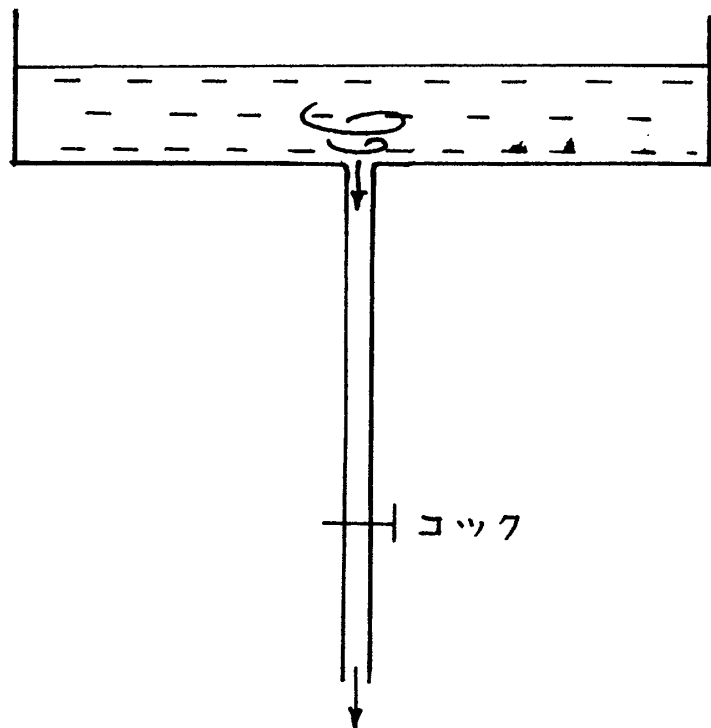


図1 吸い込みのまわりの渦

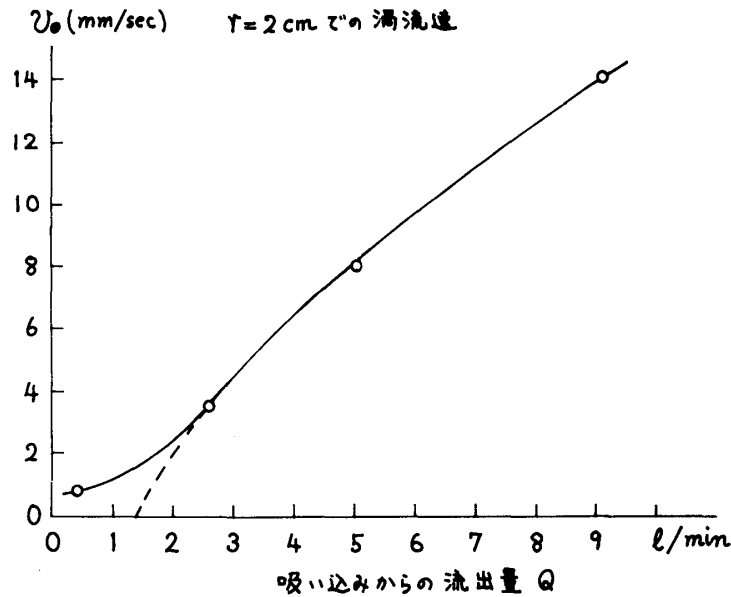


図2 吸い込み口から 2cm離れた位置での渦流速の流出量依存性 (実験)

流れの回転運動の速さ v_θ に関する方程式を書き下すと、

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial t} = \left(-\frac{v_r}{r} - \frac{\nu}{r^2}\right) v_\theta + \left(\frac{\nu}{r} - v_r\right) \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \nu \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2} \quad (1)$$

となる。ここで v_r は動径 r 方向の (中心から外側へ向かう方向を正とする) 流れの速さであり、 ν は動粘性係数である。いま z 方向の厚みは単位長さであるとして 2次元流体を考えると、吸い込み口に吸い込まれる流量 Q と v_r との関係は

$$v_r = -Q/2\pi r \quad (2)$$

であるから、式(1)は、

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial t} = \left(\frac{Q}{2\pi} - \nu\right) \frac{1}{r^2} v_\theta + \left(\frac{Q}{2\pi} + \nu\right) \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \nu \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2} \quad (3)$$

となるが、この発展方程式を $t=0$ で r によらない一定の v_θ を初期 disturbanceとして

川久保達之

与える場合について解くと、
disturbance の渦は $Q/2\pi > \nu$ のときには図3に示す例のように成長するが、 $Q/2\pi < \nu$ のときは減衰することがわかる。すなわち渦流の速さの時間依存性を吸い込み口に流れ込む流量をパラメーターにして描くと、図4に示すような結果となる。

以上の結果は Navier-Stokes の方程式が本来もっている非線形性のために、動径方向の運動の自由度と循環運動の自由度との間に結合があって、前者から後者へエネルギーが移乗されるが、単位時間当りに移乗されるエネルギーが粘性のために循環運動によって単位時間に消費されるエネルギーを上回ると渦流が成長することを意味している。したがって、一般にエネルギーを定常的にとり込みながら、それからマクロな運動を生みだしていく非平衡開放系の一つの雛型と考えることができよう。流速ゆらぎなどの測定が今後期待される。

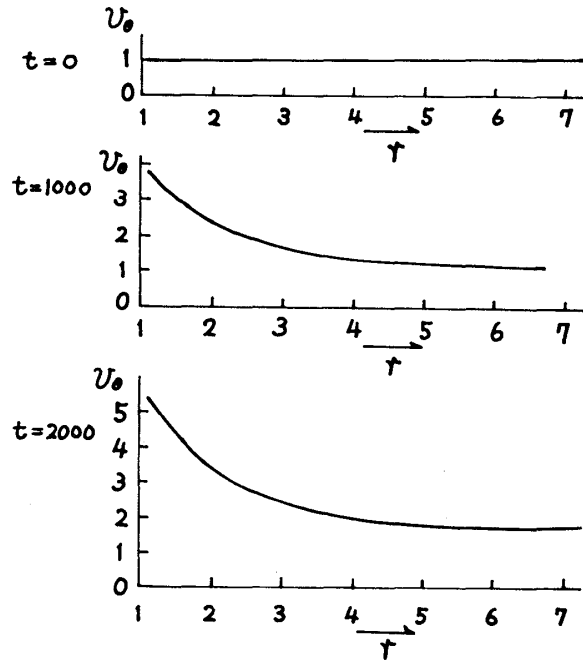


図3 $Q/2\pi = 10$, $\nu = 1$ の場合の各時刻における渦流速 (計算)

初速を $v_\theta = 1$ としたときの $r=2$ における v_θ の t 依存性. $\nu = 1$

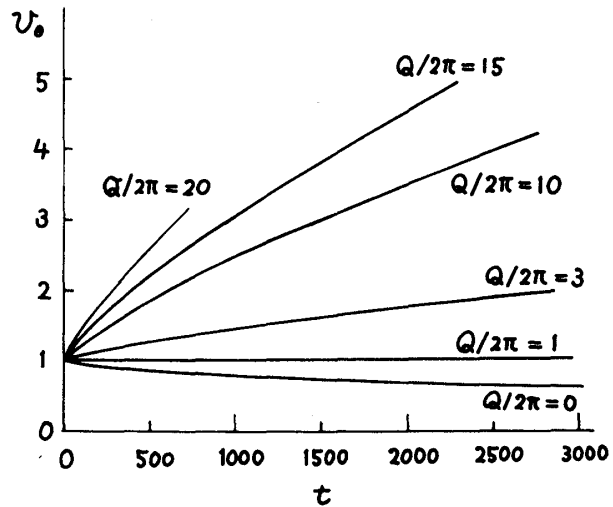


図4 初速を r によらず $v_\theta = 1$ としたときの $r=2$ における v_θ の時間依存性