た$T_R$ は $t_R=\frac{2}{3}$, $T_R=0.6213$ でありGLPより求めた転移点 $t_G=\frac{1}{\sqrt{2}}$ , $T_G=0.5672$ と非常に近い。OU理論で effective field を定める条件として(1)の代りに(2)を用いると $t_R=\frac{1}{\sqrt{2}}=t_G$ が得られる。低温に対しては近似がちがうから $\chi_u$ の expression は $p=0$, 1を除いて一致していないが実在格子に対してOU近似(1977)と我々の近似は非常に近いものである。

ferro bond と antiferro bond の配置に対して wrong bond なしに割付可能な格子に対しては $t_R=\frac{1}{2}\neq t_G$ が実現し, wrong bond なしに割付不可能な格子に対しては $t_G=\frac{1}{\sqrt{2}}(\simeq t_R)$ が実現するものと考えられる。

Cactus tree lattice (Katoura, Physica 1977 in press) に対して我々の定式化より $t_G$ も $t_R$ も得ることが出来る。(後者は $O_{no}$ の $G_a$ に一致)。 Cactus lattice を物理的に実現すればその random ordered field zero の limit では $t_R$ で転移が起り, uniform field zero の limit およびこの格子がBethe 近似となる Kagome 格子においては $t_G$ が実現されるのであろう。

## Bethe 近似と Bethe 格子

東北大工　守 田　徹

Cayley tree 上の Ising モデルの性質を論ずる際に有効場 (effective field) の概念を用いる。[1] 最近接相互作用の系では, 各格子点への有効場はそれが結んでいるbranches から最近接格子点を通してかかって来る。ここでは外側の branch からの有効場を問題にする。それは漸化式により一番外側の shell での値 $h_0=0$ から次々に決まる。

ランダムな系では交換積分が分布をもつため外から $\bar{s}$ 番目の shell 上の格子点に対する有効場 $h_{\bar{s}}$ の分布函数 $P_{\bar{s}}(x)$ を定義すると, 一番外側の shell での $P_0(x)=\delta(x)$ から次々に決まる。

Cayley tree 上の格子点を2つは分け, 一方を部分格子A, 他をBに属するとする。交換積分は同じ部分格子の格子点間で $J>0$ とし異る部分格子の間では $-J$ とする。この系の基底状態スピン配列は部分格子Aでスピンが正, Bで負とすれば得られる。有効場

の分布を部分格子A，Bについて別々に $P_{\bar{S}}^{(A)}(x)$，$P_{\bar{S}}^{(B)}(x)$ と定義する。それらは $P_0^{(A)}(x) = P_0^{(B)}(x) = \delta(x)$ から出発して漸化式により次々に決まる。[2]

$\bar{s} \to \infty$ で $P_{\bar{S}}^{(\nu)}(x)$ は，一様（外）場の下では Matsubara and Sakata [3] が普通の格子上の random-bond の系に対し Bethe 近似で求めた解となり，ROP場（部分格子A，Bで同じ大きさ，異符号の場）の下ではROPの解[4] $P_\infty^{(A)}(x) = \delta(x - h_B)$，$P_\infty^{(B)}(x) = \delta(x + h_B)$ となる。[2] ここで $h_B$ は強磁性の問題に対し Bethe 近似で得られる有効場である。一様場の下での解は無限小のROP場に対して不安定であることが確められている。ここの事情は次の Muto [5] の報告が明らかにしている。

強磁性，反強磁性，random site の問題の Bethe 近似の解は Cayley tree の熱力学的状態（ROP場の下の解）によって求まる。

さて普通の格子上の random-bond の問題に対する Bethe 近似 ― ここでは cluster variation 法[6] の Pair 近似 ― を与えるように Bethe 格子（ Cayley tree の中心部分）上の問題を解くことを考えたい。Bethe 格子上の各格子点に元の格子上の格子点を対応させる。[7] 解は，元の格子上の1つの格子点に対応する Bethe 格子上の格子点がすべて同じ状態を示すように求めねばならない。Bethe 格子に対する R$\bar{\text{O}}$ P場の下での解はこの条件を満さないが，一様場の下の解はこれを満足している。さて一様場の下での解よりもよりよい解を得るには，元の格子で基底状態を与えるスピンの配列を考え，各格子点に夫々その配列でのスピンの向きの外場をかけることによって得られるであろう。しかし random bond の問題では WRONG BOND [8] が現われ，そのまわりではそのような場の影響は打消し合うように働くため，この場の影響は強磁性や random site 問題の場合程大きくない。そのため，その下での解は一様場の下での解を著しく変えはしないだろう。従って一様場の下での解は Bethe 近似に対するよい近似になっていることが期待される。

## 文　献

1) H. Matsuda, Prog. Theor. Phys. **51** (1974) 1053.
T. Morita and T. Horiguchi, Prog. Theor. Phys. **54** (1975) 982.
2) T. Morita, Prog. Theor. Phys. **58** (1977) No.1.

3) F. Matsubara and M. Sakata, Prog. Theor. Phys. **55** (1976) 672.
S. Katsura, Prog. Theor. Phys. **55** (1976) 1049.
4) Y. Ueno and T. Oguchi, J. Phys. Soc. Japan, **40** (1976) 1513.
5) S. Muto, preprint.
6) R. Kikuchi, Phys. Rev. **81** (1951) 988.
7) T. Morita and T. Horiguchi, Phys. Lett. **51A** (1975) 343.
8) I. Ono, J. Phys. Soc. Japan **41** (1976) 345.

# Bethe 格子におけるＲＯＰとＧＬＰ

東工大　武藤俊一

無限 Bethe 格子で，交換相互作用の大きさが等しく反対符号のＡボンドとＢボンドがランダムに混ざったものは，厳密に解かれる[1]。この場合の秩序相は Ueno & Oguchi [2] により “random ordered phase (ROP)” と呼ばれた。無限 Bethe 格子は，正確には，有限 Bethe 格子（表面が free ends になっている）の系の大きさ無限大の極限での内部（中心部）として定義される。ところが，有限 Bethe 格子に無限小の一様磁場（$H_u$）のみをかけて内部をみると，ＲＯＰを有さない解がでる。この解は Matsubara & Sakata [3]（ＭＳ）がガラス状相= glass-like phase (GLP) を表現するために得た解と全く同じものであるから，この解が与える秩序相をＧＬＰと呼ぶ。研究の発端は，Bethe 格子におけるＲＯＰとＧＬＰの間の，この不可解な関係を解明することにあった。

有限 Bethe 格子の内部は加える磁場に非常に敏感であり，例えばＡボンドのみ (pure ferro) の有限 Bethe 格子でも，$H_u = 0$ の場合には中心部で秩序が生じない。ランダム系の場合は，これに対応して，ＲＯＰを生じさせるような ordering field つまり Ref. 2) の random field ($H_r$) を全系或いは表面に無限小かけてやる必要がある。$H_r \neq 0$，$H_u = 0$ の場合に ROP がでるのは自明である。$H_r \neq 0$，$H_u \neq 0$ の場合を取り扱うのは，ＭＳの分布関数の方法を，Bethe 格子の２つの sub-lattice に対応する２分布関数に拡張する事によりなされた。全く同じ方法を Morita [4] が用いている事を当研究会で知っ