参　考　文　献

1) H. E. Stanley, Phys. Rev. Letters **20** (1968) 589.

2) R. Abe and S. Hikami, Prog. Theor. Phys. **57** (1977) 1197.

3) R. Abe, Prog. Theor. Phys. **49** (1973) 113.

ランダムボンドイジングモデルにおけるガラス状相

東北大・工　　桂　　重　俊

ランダムボンドイジングモデルを Bethe 近似で考える。ハミルトニアンが

$$-H/kT = \sum_{j=1}^{Z} K_j \sigma_0 \sigma_j + C\sigma_0 + \sum_{j=1}^{Z} L_j \sigma_j \tag{1}$$

で与えられるクラスターを考える。（ L_j はスピン j に働らく有効場であとで self-consistent に定める。）中心スピン σ_0 ，まわりのスピン σ_i および相関 $\sigma_0\sigma_i$ の熱平均値は

$$\langle\sigma_0\rangle = \mathrm{th}\left[C + \sum_{j=1}^{Z} \mathrm{th}^{-1}(t_j l_j)\right] \tag{2}$$

$$\langle\sigma_i\rangle = \mathrm{th}\left[L_i + \mathrm{th}^{-1}\left\{t_i\, \mathrm{th}\left[C + \sum_{j=1}^{Z}{}' \mathrm{th}^{-1}(t_j l_j)\right]\right]\right\} \tag{3}$$

$$\langle\sigma_0\sigma_i\rangle = \mathrm{th}\left[K_i + \mathrm{th}^{-1}\left\{l_i\, \mathrm{th}\left[C + \sum_{j=1}^{Z}{}' \mathrm{th}^{-1}(t_j l_j)\right]\right]\right\} \tag{4}$$

で与えられる。ただし

$$t_j = \mathrm{th} K_j, \quad l_j = \mathrm{th} L_j$$

である。ここで

$$L_i' = C + \sum_{j \neq i}^{Z}{}' \mathrm{th}^{-1}(t_j l_j) \tag{5}$$

とおくと

$$\langle\sigma_0\rangle = \frac{t_i l_i + l_i'}{1 + t_i l_i l_i'} \qquad \langle\sigma_i\rangle = \frac{l_i + t_i l_i'}{1 + t_i l_i l_i'}, \tag{6}$$

$$< \sigma_0 \sigma_i > = \frac{t_i + l_i l_i'}{1 + t_i l_i l_i'} \tag{7}$$

となる。L_i' は j = i 以外のクラスターの端の点のスピンが中心に及ぼす有効場の和である。与えられたJの分布をP(J)，求めるべき l の分布を g(l)とする。配位平均を $\overline{}$ で表わし，$\overline{<\sigma_0>} = \overline{<\sigma_i>}$，より一般に $\overline{f(l_i)} = \overline{f(l_i')}$ を課すと

$$\int f(l_i) g(l_i) dl_i = \int f(l_i') \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq z}}^{z}{}' [P(J_j) g(l_j) dJ_j dl_j] \tag{8}$$

これは g(l)が積分方程式

$$\begin{aligned} g(l'') = & \int \delta (l'' - \mathrm{th} [C + \sum_{j \neq i}^{z}{}' \mathrm{th}^{-1} (t_j l_j)]) \\ & \times \prod_{j \neq i}{}' [P(J_j) g(l_j) dJ_j dl_j] \end{aligned} \tag{9}$$

をみたすことを示す。J の分布が濃度 p の J_A と濃度 1 − p の J_B との binary mixture のときは

$$P(J) dJ = [p\delta(t - t_A) + (1-p)\delta(t - t_B)] dt \tag{10}$$

より

$$\begin{aligned} g(l'') = & \sum_{\alpha_1 \alpha_2 \cdots \alpha_{z-1}} p_{\alpha_1} p_{\alpha_2} \cdots p_{\alpha_{z-1}} \\ & \times \int \delta (l'' - \mathrm{th} [C + \sum{}' \mathrm{th}^{-1} (t_{\alpha_j} l_{\alpha_j})]) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{z} [g(l_j) dl_j] \end{aligned} \tag{11}$$

を得る。それにより積分方程式(11)は F. Matsubara[1] によって得られ Matsubara Sakata[2] によって Edwards Anderson[3] と独立にスピングラスの存在が示されたものである。

クラスター関数 f の平均はペア関数の平均として表わすことが出来る。

$$\begin{aligned} \overline{f(\{l_j\})} & = \int f(\{l_j\}) \prod_{j=1}^{z} [P(J_j) g(l_j) dJ_j dl_j] \\ & = \int f(l_i, l_i') P(J_i) g(l_i) g(l_i') dl_i dl_i' \end{aligned} \tag{12}$$

z = 3，C = 0，$J_A = -J_B$，p > 1/2 の場合を考える。g(l)を

$$g(l) = \lambda \delta(l - l_0) + \mu \delta(l) + \nu \delta(l + l_0) \tag{13}$$

で近似し，(8)の f(l)として l^{2n-1}，l^{2n} を選ぶと

$$\overline{l^{2n-1}} = (\lambda - \nu) l_0^{2n-1}$$

$$= (2p-1)(\lambda-\nu)\{(\lambda+\nu)\left[\frac{(2tl_0)^{2n-1}}{(1+t^2l_0^2)^{2n-1}} - 2(tl_0)^{2n-1}\right] + 2(tl_0)^{2n-1}\} \tag{14}$$

$$\overline{l^{2n}} = (\lambda+\nu)l_0^{2n}$$

$$= (\lambda+\nu)^2\left|\frac{1}{2}\frac{(2tl_0)^{2n}}{(1+t^2l_0^2)^{2n}} - 2(tl_0)^{2n}\right| + 2(\lambda+\nu)(tl_0)^{2n} + (2p-1)^2(\lambda-\nu)^2\frac{1}{2}\frac{(2tl_0)^{2n}}{(1+t^2l_0^2)^{2n}} \tag{15}$$

ここに $t = t_A = -t_B$. すべての n について(14), (15)をみたすよう λ, μ, ν, l_0 が定まれば $g(l)$の正解であるがいまは n＝1, 2に対して(14)(15)を考えよう。

(14)(15)は

$$\lambda = \nu = 0 \tag{16}$$

の解をもつ。これより $g(l) = \delta(l)$となり，常磁性相（以下Pと略記）を与える。

(14)(15)の $\lambda = \nu \neq 0$ の解がガラス状相（スピングラス，以下GLPと略記）を与える。$\lambda \neq \nu$ の解が強磁性相（以下Fと略記）の解である。

n＝1とn＝2に対する(14)より $\lambda+\nu$ を消去すると強磁性相の l_0 が3次方程式（略）の解として求まる。これを $l_0 = l_F(t, p)$ と記すとこれを用いて λ, ν は

$$\begin{matrix}\lambda\\ \nu\end{matrix} = \frac{1+x}{4x}\left\{\left(2-\frac{1}{t(2p-1)}\right) \pm \frac{1}{2p-1}\left[x(2+x) \times \left(2-\frac{1}{t(2p-1)}\right)^2 - (1+x)(2t^2-1)\left(2-\frac{1}{t(2p-1)}\right)\right]\right\}^{1/2} \tag{17}$$

と求まる。ここに $x \equiv l_F^2 t^2$ である。

$\lambda = \mu \neq 0$ の場合は n＝1とn＝2に対する(15)よりガラス状相の $l_0 = l_G(t)$ が4次方程式（略）の解として求まる。そして未定係数 λ, ν は

$$\lambda = \nu = \frac{1}{4}\frac{(1+x)(2t^2-1)}{t^2x(2+x)} \tag{18}$$

となる。（$x \equiv l_G^2 t^2$）(15)と(17), (15)と(18)が一致するところとしてP－F，P－GLPの相

境界が求まり，これは先に得られている結果と一致する。[2) 4)] (17)の［　　］内が消えるところでF－GLPの相境界が得られ，

$$P=\frac{1}{2}\,\frac{x(2+x)+t\,[1+5x-2x^2-2t^2(1+x)]}{t\,[1+5x+2x^2-2t^2(1+x)]} \tag{19}$$

で与えられる。T＝0でF－GLPの境界は P＝7/8 となる（ref.4）の Appendix の結果と一致）。

(7)(10)(12)と(18)（$x\equiv l_G^2 t^2$）を用いればGLPのエネルギーが，(7)(10)(12)と(17)（$x\equiv l_F^2 t^2$）を用いれば Ferro のエネルギーが得られそれから比熱，エントロピーが求まる。[5)]

積分方程式(9)から一般の分布P(J)に対するF，GLP，Pの相境界も得られる。この分布を中心J，幅2Δの長方形分布にとった場合の相境界は ref. 6)に与えられて居る。$J=J_0 z$，$\Delta=\Delta_0\sqrt{z}$ ととz→∞の極限でBethe 近似は分子場近似に tend してP－F，P－GLPの相境界は Scherrington Kirkpatrick[7)] のそれと一致する。

参　考　文　献

1) F. Matsubara, Prog. Theor. Phys. **51** 1694 (1974)

2) F. Matsubara and M. Sakata, Prog. Theor. Phys. **55** 672 (1974)

3) S. F. Edwards and P. W. Anderson, J. Phys. F. **5** 965 (1975)

4) S. Katsura, Prog. Theor. Phys. **58** No. 2 (1977)

5) S. Katsura and S. Fujiki,　投稿準備中

6) D. Sherrington and S. Kirkpatrick, Phys. Rev. Lett. **35** 1792 (1975)

Cu_3Au合金における秩序－無秩序相転移の過渡過程における秩序整列過程の研究

東工大・理　　橋　本　巍　洲

二元合金系の秩序－無秩序相転移の問題は，Ising スピン系における相転移の問題の