$$\rho = \rho_0 + \mathrm{E} \int_0^\infty d\tau\, e^{-iL\tau} \rho_0 \int_0^\beta d\lambda\, e^{\lambda(H_c - \zeta\widetilde{N})} \widetilde{J}\, e^{-\lambda(H_c - \zeta\widetilde{N})} \tag{3}$$

と表わされるような展開された形で議論する方が実用的には取扱いやすい点も指摘しておきたい。

参　考　文　献

1) M. B. Ketchen, J. Clarke, Proc. of the Symposium on 1/f Fluctuations Tokyo, (1977), 68.

2) R. F. Voss, J. Clarke, Phys. Rev. **B13** (1976), 556.

3) D. N. Zubarev, Nonequilibrium Statistical Thermodynamics, Plenum, New York (1974).

キュムラント鎖方程式とscalingによる運動方程式の導出

湘北大・電子　落　合　　萌

モーメントの母関数から，BBGKY 鎖方程式を経て運動方程式を導いたのと同様にキュムラントの母関数から鎖方程式を導き，これより運動方程式を得ることもできる。

キュムラントの鎖方程式からBogoliubovの方法を用いて運動方程式を導くことはすでに与えられているが，この方法ではBBGKY 鎖方程式による解法に比べてとりわけ簡単になるといったものではなかった。そのうえ使われたcoarse grainingによりゆらぎに関してはなにもいうことはできない。

森氏は臨界現象の議論に有効な手段であったscalingの考え方を拡張することによりBrown運動を論じBoltzmann–Langevin方程式を求めた。

scalingの方法では，その見る巨視的モードにより，scaling factorおよびscaling invariantがきまりさえすればBBGKY 鎖方程式を用いて従来行なわれてきた方法で論ずるよりかなりたやすくこれらの運動方程式を求めることができる。

ここでは森氏により導入されたscalingの方法をキュムラント鎖方程式に適用して中性希薄気体におけるBoltzmann 方程式とこれに伴うゆらぎの満す方程式を導いた。

外力はないものとするなら，キュムラントの鎖方程式の最初の２式は，

$$\frac{\partial}{\partial t}\lambda_1(t,\mathbf{x}_1)+\frac{\mathbf{p}_1}{m}\cdot\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1}\lambda(t,\mathbf{x}_1)=\frac{1}{v}\int d\mathbf{x}_2\frac{\partial\varphi_{12}}{\partial\mathbf{q}_{12}}\cdot\left(\frac{\partial}{\partial\mathbf{p}_1}-\frac{\partial}{\partial\mathbf{p}_2}\right)\cdot\{\lambda_1(t,\mathbf{x}_1)\lambda_1(t,\mathbf{x}_2)+\lambda_2(t,\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)\}, \tag{1}$$

$$\begin{aligned}&\frac{\partial}{\partial t}\lambda_2(t,\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)+\frac{\mathbf{p}_1}{m}\cdot\frac{\partial}{\partial\mathbf{q}_1}\lambda_2(t,\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)+\frac{\mathbf{p}_2}{m}\cdot\frac{\partial}{\partial\mathbf{q}_2}\lambda_2(t,\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)\\&-\frac{\partial\varphi_{12}}{\partial\mathbf{q}_{12}}\cdot\left(\frac{\partial}{\partial\mathbf{p}_1}-\frac{\partial}{\partial\mathbf{p}_2}\right)\lambda_2(t,\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)=\frac{\partial\varphi_{12}}{\partial\mathbf{q}_{12}}\cdot\left(\frac{\partial}{\partial\mathbf{p}_1}-\frac{\partial}{\partial\mathbf{p}_2}\right)\lambda_1(t,\mathbf{x}_1)\lambda_1(t,\mathbf{x}_2)\\&+\delta(\mathbf{x}_1-\mathbf{x}_2)\int d\mathbf{x}_3\frac{\partial\varphi_{13}}{\partial\mathbf{q}_{13}}\cdot\left(\frac{\partial}{\partial\mathbf{p}_1}-\frac{\partial}{\partial\mathbf{p}_3}\right)\{\lambda_1(t,\mathbf{x}_1)\lambda_1(t,\mathbf{x}_3)+\lambda_2(t,\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_3)\}\\&-\frac{1}{v}\lambda_1(t,\mathbf{x}_2)\int d\mathbf{x}_3\frac{\partial\varphi_{13}}{\partial\mathbf{q}_{13}}\cdot\left(\frac{\partial}{\partial\mathbf{p}_1}-\frac{\partial}{\partial\mathbf{p}_3}\right)\{\lambda_1(t,\mathbf{x}_1)\lambda_1(t,\mathbf{x}_3)+\lambda_2(t,\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_3)\}\\&-\frac{1}{v}\lambda_1(t,\mathbf{x}_1)\int d\mathbf{x}_3\frac{\partial\varphi_{23}}{\partial\mathbf{q}_{23}}\cdot\left(\frac{\partial}{\partial\mathbf{p}_2}-\frac{\partial}{\partial\mathbf{p}_3}\right)\{\lambda_1(t,\mathbf{x}_2)\lambda_1(t,\mathbf{x}_3)+\lambda_2(t,\mathbf{x}_2,\mathbf{x}_3)\}\\&+\frac{1}{v}\int d\mathbf{x}_3\left[\frac{\partial\varphi_{13}}{\partial\mathbf{q}_{13}}\cdot\left(\frac{\partial}{\partial\mathbf{p}_1}-\frac{\partial}{\partial\mathbf{p}_3}\right)+\frac{\partial\varphi_{23}}{\partial\mathbf{q}_{23}}\cdot\left(\frac{\partial}{\partial\mathbf{p}_2}-\frac{\partial}{\partial\mathbf{p}_3}\right)\right]F_3(t,\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2,\mathbf{x}_3),\end{aligned} \tag{2}$$

と書ける。

(2) 式を $\lambda_2(t,\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)$ について形式的に解き，scaling により Bogoliubov の time evolution operator つまり $\mathcal{S}_\tau^{(s)}$ operator を定める。kinetic stageでみる物理量は分子間力の有効距離 q_c，平均自由行程 ℓ_f，相互作用時間 τ_c，平均自由時間 τ_f によって $q_c \ll q \ll \ell_f$，$\tau_c \ll t \ll \tau_f$ で定められる空間・時間 q , t で記述され，scale変換 $q_c \to q_c$，$q \to Lq$，$\ell_f \to L\ell_f$，$\tau_c \to \tau_c$，$t \to Lt$，$\frac{1}{v} \to \frac{1}{L}\frac{1}{v}$；$L \to \infty$，（$\frac{1}{v}$ は数密度）に対して invariant である。

規格化条件と force law から $\lambda_1(t,\mathbf{x}_1)$，$\lambda_2(t,\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)$ の scaling exponent α，β は $\alpha=0$，$\beta=0$ であり，scale invariant は，

$$\lambda_1(t,\mathbf{x}_1)\to\lambda_1(t/\tau_f,\mathbf{p}_1,\mathbf{q}_1/\ell_f),$$

$$\lambda_2(t,\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)\to\lambda_2(t/\tau_f,t/\tau_c,\mathbf{p}_1,\mathbf{q}_1/\ell_f,\mathbf{p}_2,\mathbf{q}_{12}/q_c)$$

となる。これらから $\lambda_2(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$ は，

$$\lambda_2(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \int_0^\infty d\tau\, \mathcal{S}_{-\tau}^{(2)} \frac{\partial \varphi_{12}}{\partial \mathbf{q}_{12}} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_1} - \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_2}\right) \lambda_1(t, \mathbf{x}_1)\, \lambda_1(t, \mathbf{p}_2, \mathbf{q}_1), \quad (3)$$

と定められる。(3) 式を (1) 式に入れて，Boltzmann 方程式に相当して，

$$\frac{\partial}{\partial t} \lambda_1(t, \mathbf{x}_1) + \frac{\mathbf{p}_1}{m} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_1} \lambda_1(t, \mathbf{x}_1) = \frac{1}{v} \int d\mathbf{x}_2 \frac{\partial \varphi_{12}}{\partial \mathbf{q}_{12}} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_1} - \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_2}\right) [\lambda_1(t, \mathbf{x}_1) \lambda_1(t, \mathbf{x}_2)$$
$$+ \int_0^\infty d\tau\, \mathcal{S}_{-\tau}^{(2)} \frac{\partial \varphi_{12}}{\partial \mathbf{q}_{12}} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_1} - \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_2}\right) \lambda_1(t, \mathbf{x}_1)\, \lambda_1(t, \mathbf{p}_2, \mathbf{q}_1)]$$

が得られる。kinetic stage におけるゆらぎについても scale変換とscale invariantをそれに適したとり方をすれば，その従う方程式を同様の考え方によって求めることができる。