研究会報告

Reaction-Diffusion System with Inhomogeneity

東工・大　浜　田　義　保

近年，平衡から遠く離れた状態におかれた化学反応系にできる，いわゆる散逸構造に理論・実験の両面から興味が持たれている。散逸構造ができるためには，ペースメーカが必要である。この報告は，ペースメーカが，どのようにしてできるかを，理論的に考察したものの途中経過である。

このような議論は蔵本と山田によって，すでになされているが，実験との対応を，もう少し明白にしようと思い，この研究を始めたしだいである。

モデルとしては，蔵本・都築により用いられたものに空間的に非一様性を示す項を付加したものを採用する。記法としては，彼らと同じものを用いるので，詳しい説明は省略する。

$$\hat{\Gamma}\mathbf{x} = -\varepsilon^2\hat{\kappa}\mathbf{x} + \mathbf{G}(\mathbf{x}) + \varepsilon^2\delta^2 g(\mathbf{r})\hat{d}\mathbf{x} \qquad \text{Model i)}$$

$$\hat{\Gamma}\mathbf{x} = -\varepsilon^2\hat{\kappa}\mathbf{x} + \mathbf{G}(\mathbf{x}) + \delta^2\varepsilon^2\mathbf{C}e^{i\omega_0 t + i\omega\varepsilon^2 t} \qquad \text{Model ii)}$$

ただし，$\hat{\Gamma}$, $\hat{\kappa}$, $\hat{d}$ は，2次の行列であり，$\hat{\Gamma}$は，

$$\hat{\Gamma}(-i\,\partial/\partial t,\ -i\nabla_{\mathbf{r}}) = \begin{pmatrix} \partial/\partial t - D_x\nabla_{\mathbf{r}}^2 + K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & \partial/\partial t - D_y\nabla_{\mathbf{r}}^2 + K_{yy} \end{pmatrix}$$

と定義される。今，$K_{xx}+K_{yy}=0$ という条件が成り立っているとする。(limit cycle の条件) この時，$\varepsilon^2\hat{\kappa}\mathbf{x}$ の項は，この状態からのずれをあらわす項である。また，δ^2 を含む項は，空間的な非一様性をあらわしている。この項からペースメーカにあたるものがでてくる。$\hat{\kappa}$, $\hat{d}$, $\mathbf{C}$ は個々の反応式より決る行列である。

蔵本・都築と同様に，ε が小さいとしてreductive perturbationの方法を用いると，

$$(\partial/\partial T)W = (\kappa_1 + i\,\kappa_2)W + (D_1 + i\,D_2)\nabla_{\mathbf{R}}^{\ 2}W - (k_1 + i\,k_2)|W|^2 W + (h_1 + i\,h_2)W\,\delta^2\,\mathcal{G}(\mathbf{R}) \qquad \text{Model i)}$$

$$(\partial/\partial T)W = (\kappa_1 + i\,\kappa_2)W + (D_1 + i\,D_2)\nabla_{\mathbf{R}}^{\ 2}W - (k_1 + i\,k_2)|W|^2 W + \delta^2(C_1 + i\,C_2)\,e^{i\omega T} \qquad \text{Model ii)}$$

を得る。ここで，$T = \varepsilon^2 t$，$\mathbf{R} = \varepsilon\mathbf{r}$ であり，W は $\mathbf{x}$ より定義される複素場である。κ_1, κ_2, …… 等の詳しい表式は略する。さらに，W を振幅，位相に分け，空間・時間変化が小さい（$\partial/\partial T \sim \delta^2, \nabla_{\mathbf{R}} \sim \delta$）とすれば，位相 θ について，

$$(\partial/\partial T)\theta - \left(D_1 + \frac{k_2}{k_1}D_2\right)\nabla_{\mathbf{R}}^{\ 2}\theta + \left(D_2 - \frac{k_2}{k_1}D_1\right)(\nabla_{\mathbf{R}}\theta)^2 + \left(\frac{k_2}{k_1}h_1 - h_2\right)\delta^2\,\mathcal{G}(\mathbf{R}) = 0 \qquad \text{Model i)}$$

$$(\partial/\partial T)\theta - \left(D_1 + \frac{k_2}{k_1}D_2\right)\nabla_{\mathbf{R}}^{\ 2}\theta + \left(D_2 - \frac{k_2}{k_1}D_1\right)(\nabla_{\mathbf{R}}\theta)^2 + \frac{\delta^2}{N_0}\left\{\left(\frac{k_2}{k_1}C_1 - C_2\right)\cos\left(\theta + (\omega - \Omega_0)T\right) + \left(\frac{k_2}{k_1}C_2 + C_1\right)\sin\left(\theta + (\omega - \Omega_0)T\right)\right\} = 0 \qquad \text{Model ii)}$$

を得る。これらの式は，蔵本・山田が Model i, ii) と呼んだものと本質的に同じである。

参 考 文 献

1) Y. Kuramoto and T. Yamada, Prog. Theor. Phys. **56** (1976), 724.

2) Y. Kuramoto and Tsuzuki, *ibid.* **54** (1975), 687; **55** (1976), 356.