Nonlinear Propagation of Heat Pulses in Solids

阪大・医　山田直明
名大・理　山田一雄
名大・プラズマ研　市川芳彦

Na F の結晶の（1,0,0）方向に Heat Pulse を注入すると，Transverse Phonon の Pulse は低温（2K 前後）で，かつ Input の Energy が十分大きい時自己収束して鋭い spike を形成することがわかっている。[1] この現象を Tappert-Varma は，歪場を

$$w=\psi_1 \exp[i(k_0x-\omega_0t)]+\text{c.c.}+a\{\psi_0+\psi_2\exp[2i(k_0x-\omega_0t)]+\text{c.c.}\}+O(a^2)$$

の形に展開して，所謂非線型 Schrödinger 方程式を導き，Envelope Soliton が形成されるとして説明した。[2] しかし，w のこの様な展開では，Heat pulse 即ち Incoherent な phonon の集団を取扱えないと考えられる。そこで我々は格子振動の長波長部分は Coherent な運動をし，短波長部分は Incoherent な運動をすると考えて，両 mode の連立運動を考えた。運動方程式は一次元ブラベー格子に於て導かれるが，結果はより広い適用範囲を持つと考えられる。

先ず，Born-Huang の運動方程式をフーリェ変換すると，

$$m\frac{\partial^2 u_{\mathbf{k}}}{\partial t^2}=-m\,\omega^2(\mathbf{k})\,u_{\mathbf{k}}-\frac{1}{6N}\sum_{\mathbf{k}',\mathbf{k}''}C(-\mathbf{k},\mathbf{k}',\mathbf{k}'',\mathbf{k}-\mathbf{k}'-\mathbf{k}'')\,u_{\mathbf{k}'}u_{\mathbf{k}''}u_{\mathbf{k}-\mathbf{k}'-\mathbf{k}''} \quad (1)$$

となる（ポテンシャルの3次の項は対称性から脱落）。 $|\mathbf{k}|<k_0$ の $u_{\mathbf{k}}$ は大振幅で，Coherent な運動をすると考えて C−numberでおきかえ，$|\mathbf{k}|>k_0$ の modeは生成消滅演算子で書きかえて (1) に右側から $a^+_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}$ をかけて位相について平均し，$n(\mathbf{k},\mathbf{q},t)=\langle a^+_{\mathbf{k}}\,a_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}\rangle_t$ についての運動方程式を得る。ここで $|\mathbf{q}|<k_0$ のみ採用し，n の２次の項（phonon-phonon 相互作用）は無視する。得られた方程式を逆変換し，規格化して無次元化すれば，

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}-\left\{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\varepsilon}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\alpha\frac{\partial^4 u}{\partial x^4}\right\}=\delta\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}P\right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t}+\left\{\frac{\partial \omega}{\partial k}+\frac{\theta}{2}\,\frac{\partial \omega}{\partial k}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^{2}\right\}\frac{\partial n}{\partial x}=\theta\,\omega\frac{\partial u}{\partial x}\,\frac{\partial^{2} u}{\partial x^{2}}\,\frac{\partial n}{\partial k} \tag{3}$$

を得る（ω＝harmonic な振動数，$P=\frac{1}{N}\sum_{\mathbf{k}}\omega n$ であり，$\varepsilon, \alpha, \delta, \theta$ は正の定数）。

これを正面から解くことは困難であると同時に，物理的理解を曖昧にする恐れが有る。我々はとりあえず (3) を

$$\frac{\partial n}{\partial t}+\frac{\partial \omega}{\partial k}\,\frac{\partial n}{\partial x}=\theta\,\omega\,\frac{\partial u}{\partial x}\,\frac{\partial^{2} u}{\partial x^{2}}\,\frac{\partial n^{(0)}}{\partial k} \tag{3$'$}$$

でおきかえて（$n^{(0)}$は結晶の環境温度における平衡分布）定常解を求めて次式を得た。

$$\text{Spike の Energy 密度} \sim \sum_{\mathbf{k}}\omega\,(n-n^{(0)}) \sim H\,\mathrm{sech}^{2}\,(\xi/\triangle)$$

ここで $\xi=x-vt$，$\triangle\propto 1/\sqrt{H}$，$v>$ 横波の音速である。これは定性的に実験を説明するが，この取扱いで (3) を (3)$'$ でおきかえた事により (2), (3) 式が持つ Heat Pulse の自己への跳ね返りが無視されており，従って自己収束の動的機構が明確でない。これらは今後の問題である。

参　考　文　献

(1) V. Narayamamurti and C. M. Varma　Phys. Rev. Lett. **25** (70) 1105
(2) F. D. Tappert and C. M. Varma　Phys. Rev. Lett. **25** (70) 1108

散逸ドリフト波に対するモデル方程式による数値計算

名大プラズマ研　西　河　謙　一
羽　鳥　尹　承
寺　島　由之介

トカマクなどの閉じ込め装置では，プラズマの輸送現象が熱的揺動に基く古典理論では説明できない事が知られている。実験事実によると，プラズマに本来備わっている種々の不安定性に基く大きな揺動が，古典輸送とは別の異常輸送をひき起している事が考