

Critical Phenomena in the Presence of Shear

九大・理 小 貫 明
川 崎 恭 治

臨界点に近い流体の非平衡定常状態をくりこみ群の手法で考えた。

例として, shear flow $\vec{u}=Dy \vec{e}_x$ を考える。shear D はゆらぎをこわし, その寿命と分布を抑制する。大きなゆらぎ ($\sim \xi$) が存在するので比較的小さい D でも, 大きな影響がある。非平衡を特長づける波数として, 次のものが決まる。

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_{k_c} &= \lambda^* k_c^4 \left(\frac{k_c}{A}\right)^{-\frac{18}{19}\epsilon} = D \quad (\epsilon=4-d) \quad (\epsilon\text{-展開で}) \\ &= \frac{k_B T_c}{16\eta_0} k_c^3 = D \quad (\text{mode-coupling theory で}) \end{aligned} \right\} (1)$$

以上2つの定義はほとんど違いはない。例えば isobutylic acid-Water では,

$$(k_c \xi)^3 = 5.4 \times 10^{-8} \left|\frac{dT}{T_c}\right|^{-2} D \quad (2)$$

この量は実験的に1より十分大きくなりうる。このとき, k_c^{-1} より大きいサイズのゆらぎは shear で主にこわされその分布も抑制される。 $k_c \xi > 1$ での臨界現象は, 理論・実験ともにほとんどない。(non-Newton 効果についてのいくつかの paper を除いて)。ここでの臨界現象は未知でかつ平衡系にない要素がいくつかある。やや類似性のある分野としては, 高分子溶液のダイナミクスがある。ともに大きな液滴(ゆらぎによる)と大きな分子の存在が通常の流体力学からのずれを引き起こすのである。図1に shear D があるときの相図を示す。

出発点は次の Langevin 方程式である。

$$\frac{\partial}{\partial t} s = -Dy \frac{\partial}{\partial x} s - \rho_0 \nabla \cdot (s \mathbf{v}) + \lambda_0 \nabla^2 \frac{\delta}{\delta s} \Phi_0 + \theta, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v} = -\rho_0 \left(s \nabla \frac{\delta}{\delta s} \Phi_0 \right)_{\perp} + \bar{\eta}_0 \nabla^2 \mathbf{v} + \zeta, \quad (3)$$

$$\Phi_0 = \int d\mathbf{r} \left[\frac{1}{2} (\tau + r_{DC}) s^2 + \frac{1}{2} (\nabla s)^2 + \frac{1}{4!} u A^\epsilon s^4 \right] \quad (4)$$

記号は Halperin らのものと同じ。2) の右辺第一項が shear の効果である。

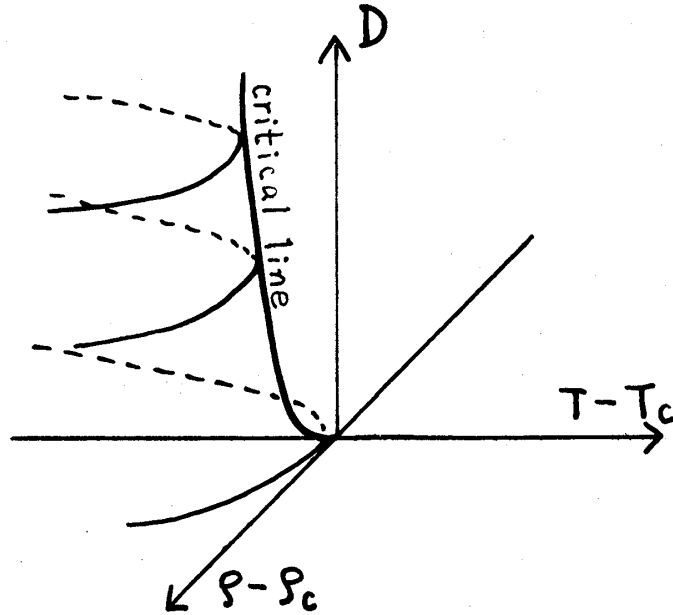


図1. β は density もしくは構成比 (2相溶液のとき) である。
critical line は 2 次相転移点の集まり, 左の曲面上で相分離をおこす (共存面)。

critical line は次のように与えられる。

$$\tau = \tau_c(D) = -0.0832 \epsilon k_c^2 \left(\frac{k_c}{A} \right)^{-\frac{1}{3}\epsilon} \quad (5-a)$$

$$= -0.0832 \epsilon \left(\frac{192\pi^2 \epsilon}{19 A^d} \cdot \frac{e\eta^*}{k_B T_c} D \right)^{\frac{1}{2} + \frac{2}{57}\epsilon} \quad (5-b)$$

状態方程式は,

$$-(\tau_c(D) - \tau) \left(\frac{k_c}{A} \right)^{\frac{1}{3}\epsilon} + \frac{1}{6} u^* k_c^\epsilon m^2 = 0 \quad (6)$$

ここに, $m = \langle s(\mathbf{r}) \rangle$ (Interface と十分はなれたところの値), $\frac{u^*}{2\pi^2} = \frac{\epsilon}{3}$, 面白いことに, ゆらぎの効果を入れても平衡のときと違って, $m \propto (\tau_c - \tau)^{\frac{1}{2}}$ で, 平均場近似と同じ異常性である。ただし (6) は,

$$|\tau - \tau_c| \left(\frac{k_c}{A}\right)^{\frac{1}{3}\epsilon} \ll k_c^2 \quad (7)$$

での式である。

(2), (3) から, くりこみ群方程式をつくる。 $Ab^{-1} < k < A$ の短波長を消去するのは (2), (3) の「定常分布」で積分しなければいけない。すると, static な量 τ, u と dynamic な量 $\lambda, \bar{\eta}$ が不可分な式がでてくる。平衡のまわりでとくに $\tau = 0$ のとき, 両者が可分であることを注意せよ。

(7) の条件下でくりこみ群方程式をとく。 $b^{-l_c} A = k_c$ できる l_c をさかいに cross over がおこる。即ち, $l < l_c$ で non-conventional な fixed point (Wilson's fixed point) へ近づき, $l > l_c$ で $D = \infty$ となる状態へ (new-fixed point へむかって) 解は移っていく。詳細は, preprint へゆずるが, 結果としては, $k_c < q < A$ のゆらぎは Wilson 的に, $0 < q < k_c$ のゆらぎは, self-consistent Hartree-Fock でとり扱かえばよいことがわかる。なぜなら, $q < k_c$ のゆらぎは shear によって抑制されているからである。 λ と η の fixed point value は次のようである。

$$\text{thermal conductivity } \lambda_\infty = \lim_{l \rightarrow \infty} \lambda_l = \lambda^* \left(\frac{k_c}{A}\right)^{-\frac{18}{19}\epsilon} (1 + \epsilon \overleftrightarrow{A}_\lambda) \quad (8)$$

$$\text{shear viscosity } \bar{\eta}_\infty = \lim_{l \rightarrow \infty} \bar{\eta}_l = \eta^* \left(\frac{k_c}{A}\right)^{-\frac{\epsilon}{19}} (1 + \epsilon \overleftrightarrow{A}_\eta) \quad (9)$$

ここに, \overleftrightarrow{A} は tensor で表わす。

(7) の領域で, λ と η は k_c だけで温度によらない。即ち, van Hove theory が $k < k_c$ のゆらぎの dynamics については成立する。($z_\lambda = 4$, $z_\eta = 2$ である。) とくに $k \ll k_c$ のゆらぎについて, 次の linear な Langevin 方程式が成立する。

$$\frac{\partial}{\partial t} s_{\mathbf{k}}(t) = D k_x \frac{\partial}{\partial k_y} s_{\mathbf{k}}(t) - \Gamma_\infty(\mathbf{k}) s_{\mathbf{k}}(t) + \theta_{\infty \mathbf{k}}(t) \quad (10)$$

ここに

$$\begin{aligned} \Gamma_\infty(\mathbf{k}) = & \lambda^* \left(\frac{k_c}{A}\right)^{\frac{18}{19}\epsilon} (1 + \epsilon A_\lambda(\hat{\mathbf{k}}) [(\tau - \tau_c) \left(\frac{k_c}{A}\right)^{\frac{\epsilon}{3}} + \frac{1}{2} u^* k_c^\epsilon m^2 \\ & + \epsilon k_c^2 (-0.0201 \hat{k}_x^2 - (\sim 10^{-3}) \hat{k}_x \hat{k}_y + 0.0129 \hat{k}_y^2) + k^2] k^2 \end{aligned} \quad (11)$$

ここに $\hat{\mathbf{k}} = \mathbf{k}/k$, $\hat{k}_x \hat{k}_y$ の前の係数は計算途中, θ_∞ は noise。 $\langle s_{\mathbf{k}}(0) \rangle = \delta_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_0}$ (平面波) とすると,

$$\langle s_{\mathbf{k}}(t) \rangle = \exp \left[- \int_D^t d\zeta \Gamma_\infty(k_x, k_y + D\zeta k_x, \mathbf{k}_\perp) \right] \delta_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_0 - Dt k_{0x} \mathbf{e}_y} \quad (12)$$

波数は $\mathbf{k}_0(t) = \mathbf{k}_0 - Dt k_{0x} \mathbf{e}_y$ の如く時間変化する。(図2参照)。従って, $k_{0x} \neq 0$ のゆらぎは, quench しても安定である。また, $k_{0x} = 0, k_{0y} \neq 0$ のゆらぎは (11) の異方的な拡散のため, これも安定である。

従って, $k_{0x} = k_{0y} = 0, k_{0z} \neq 0$ のゆらぎが不安定となり, Interface は, x-y 平面と平行にできる。

以上のことに対応して, $\chi_{\mathbf{k}} = \langle |s_{\mathbf{k}}|^2 \rangle$ は $\mathbf{k} = 0$ で異常性を示す。 $\lim_{\mathbf{k} \rightarrow 0} \chi_{\mathbf{k}}$ は $\mathbf{k} = 0$ への近づけ方で異なる値をもつ。 $\tau = \tau_c$ でもある方向でだけ発散する。これは流れのため, $r \gg k_c^{-1}$ の領域に Long-range な相関ができるためである。 $y^2 + z^2 \gg \text{const. } x^{\frac{2}{3}}$ という広い領域で, $\chi(\mathbf{r})$ は x によらなくなる。この領域でゆらぎは熱的にこわれず shear で運ばれるのでこうなる。その他いろいろな新しい側面が発見された。手法としては, ϵ -展開を使うが, この手法の新しい応用を拓くものと考える。

平衡のまわりの理論と違うのは次の2点である。

- i) 新しい長さ(もしくは時間)が relevant な量としてあらわれる。
- ii) statics と dynamics が不可分である。

実験的にも未知の領域であり, これからの発展を期待したい(とくに光散乱)。

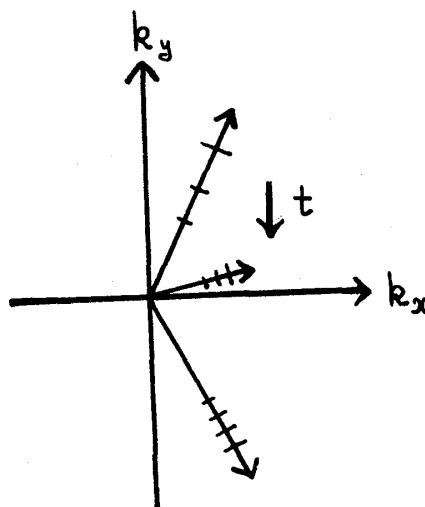


図2. 流れによって平面波が変形していく。 $k_x \neq 0$ ならば, k_y は $tD \gg 1$ でどんどん大きくなっていき, 減衰する。