

2次元古典XYモデルの計算機実験及びその動的臨界現象

東大・理 宮 下 精 二
 西 森 秀 稔
 鈴木 増 雄
 山形大・農 黒 田 昭

§1. 序

近年様々な物理的側面から注目を集めている^{1)~3)} 2次元古典的XYモデル (Plane Rotator Model) についておこなった計算機実験の結果と、動的臨界指数の間に成り立つスケーリング則について報告する。

この系のハミルトニアンは、

$$\mathcal{M} = -J \sum_{\langle ij \rangle} \cos(\varphi_i - \varphi_j)$$

と表わされ、その広い応用範囲^{1), 2)}及び2次元系低温相の特異な性質³⁾のために興味を持たれている。

§2. 静的臨界現象のまとめ

この系の臨界現象の動的な側面を理解するためにも、まずその静的な性質を明らかにしなければならない。Discrete Vector Modelの方法⁴⁾で周期的境界を持つ正方格子について行なった計算機実験の結果を示すことにする。

図1は(エネルギー)/(スピンの数)である。3つの大きさの系の結果が一致しており異常は認められない。図2には $\langle M^2 \rangle / (\text{スピンの数})$ が示してある。有限温度($kT/J \sim 1.15$)で転移が明らかに起こっている。図3は、比熱/(スピンの数)を示す。発散はないと結論できる。自然磁化が有限温度で厳密に0であること⁵⁾と考え合わせると、この相転移の特異性が理解される。

§3. スケーリング関係式

有限の大きさ $L^2 (= N)$ の系の緩和時間 τ_L の L 依存性を示す指数 $Z (\tau_L \sim L^Z)$ と、時間相関関数の減少率の指数 $\Delta (\langle m(0) m(t) \rangle \sim N t^{-\Delta(T)})$ の間には以下に示すように密接な関係がある。この2次元系では、転移点以下で空間及び時間相関関数はいずれもべき乗の形で減少するものと思われる。^{6),8)} その減少率が Δ と α である。 $(\langle m(r=0) m(r) \rangle \sim r^{-\alpha(T)})$ 。小さな波数 q と大きな時間間隔 t について相関関数の漸近的なスケーリング形を次のように仮定する。⁷⁾

$$\langle m_q(0) m_q(t) \rangle \sim \langle m_q^2(0) \rangle \cdot f(t q^Z)$$

上の α の定義を使うと、この式は、

$$\langle m_q(0) m_q(t) \rangle \sim q^{-2} t^{-\alpha/Z} \cdot F(t q^Z)$$

と変形できる。 Δ の定義式(上述)とくらべることによって、 $\Delta = \alpha / Z$ を得る。

ところで、§2で触れたように、転移点以下での帯磁率は示量的でなく、その程度を表わす指数 $a (\langle M^2 \rangle / N \sim N^a(T))$ と α との間には、

$$a(T) = 1 - \alpha(T) / 2$$

という関係が成り立つ。というのは、帯磁率は(今の場合有限系について)空間相関関数を積分したものだから。これと $\Delta = \alpha / Z$ より、スケーリング則

$$Z \Delta + 2a = 2$$

を得る。

§4. 計算機実験による指数の評価

指数 $a(T)$ は図2から評価でき、結果は図4の通り。極低温で有効なスピン波理論^{6),8)}からのずれ及びこの系の特徴である指数の温度依存性が読みとれる。

磁化は、計算機実験によると、時間とともに振動的な振る舞いをしており、この振動の周期が系の特徴的な時間の長さ τ_L を表わすと考えられる。こうして指数 $Z (\tau_L \sim L^Z)$ を求めると、ほとんどすべての有限温度でスピン波の値2からの大きなずれ ($Z \lesssim 1$) が見られる。このずれは、スピン波理論では無視された様々な励起モードに起因してお

研 究 会 報 告

り, これらのモードの動的側面への効果については, 今後の研究が期待される。

文 献

- 1) J. M. Kosterlitz and D. J. Thouless, *J. Phys.* **C6** (1973) 1181.
- 2) J. Zittartz, *Z. Phys.* (submitted), and refs. cited therein.
- 3) S. Miyashita, H. Nishimori, A. Kuroda and M. Suzuki, *Prog. Theor. Phys.* (submitted) and refs. cited therein.
- 4) M. Suzuki, S. Miyashita and A. Kuroda, *Prog. Theor. Phys.* **58** (1977) 701.
- 5) N. D. Mermin and H. Wagner, *Phys. Rev. Lett.* **17** (1966) 1133.
- 6) V. L. Berezinskii, *Sov. Phys. JETP* **32** (1971) 493.
- 7) M. Suzuki, *Prog. Theor. Phys.* **58** (1977) 1142.
- 8) V. V. Prudnikov and G. B. Teitelbaum, *Phys. Lett.* **63** (1977) 1.

2次元古典XYモデルの計算機実験及びその動的臨界現象

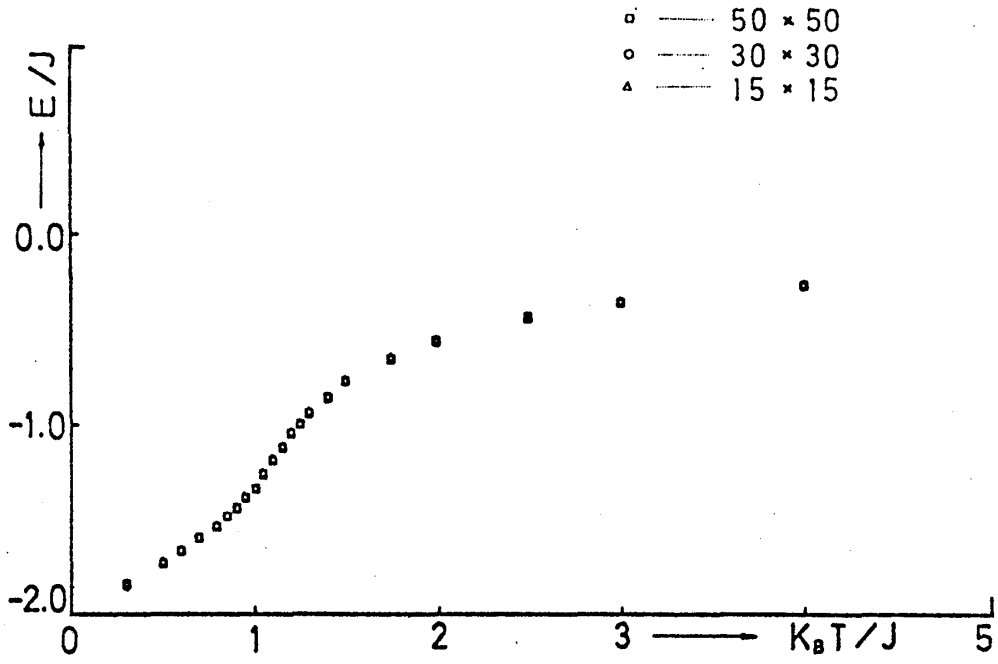


図1 エネルギー

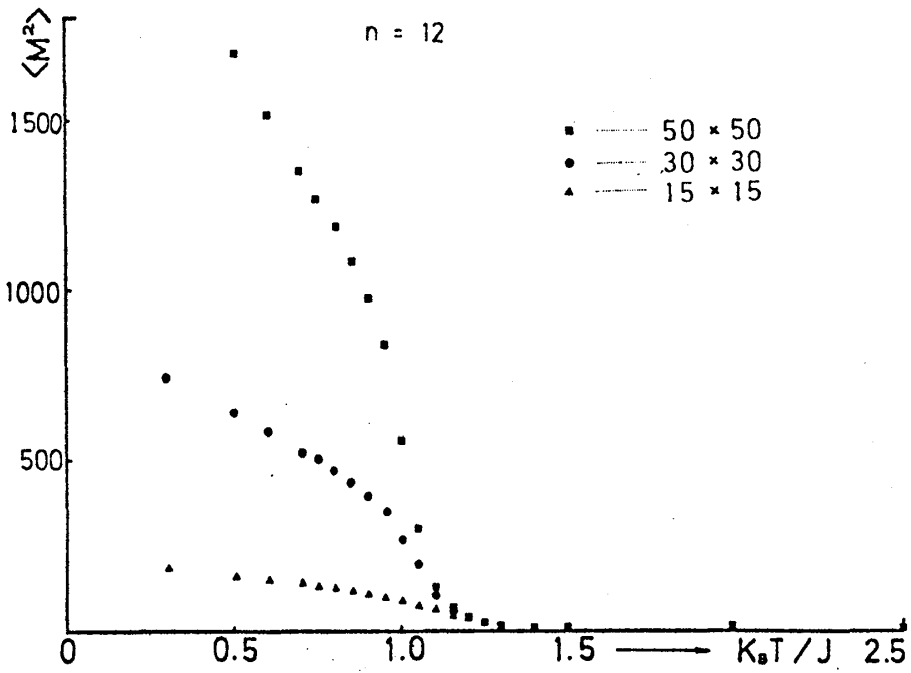


図2 帯磁率

研 究 会 報 告

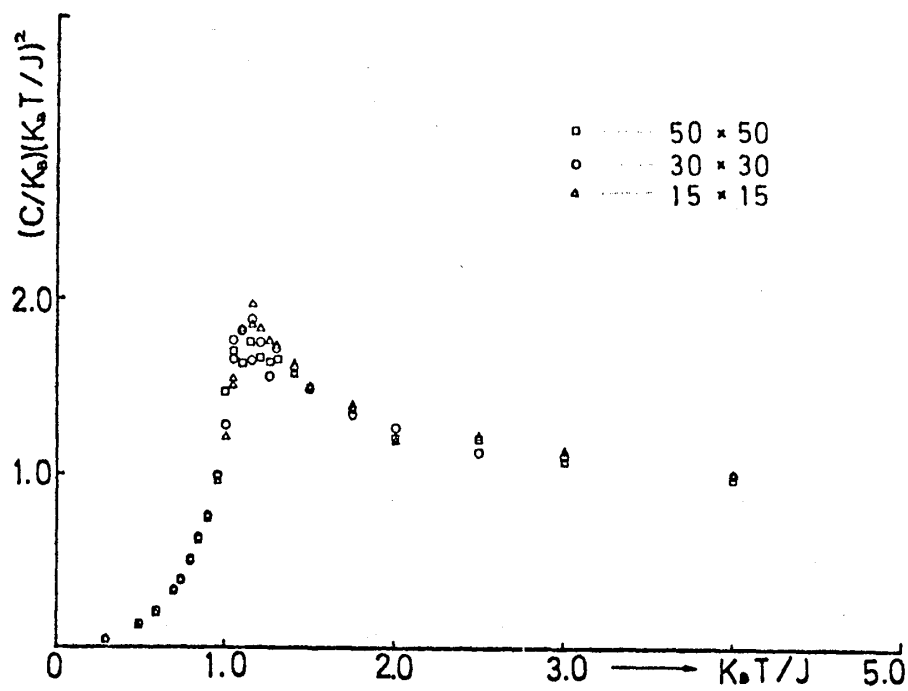


图 3 比熱

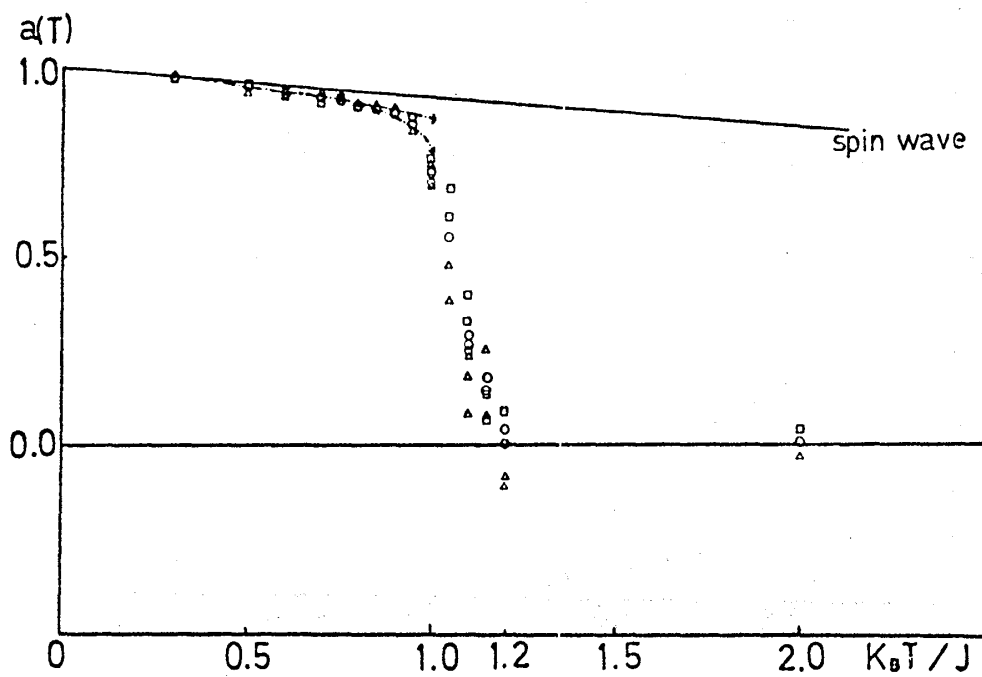


图 4 指数 a