磁場の関係する物理学に新らしい常識を樹立することに就いて

東大理　飯田修一

§1. 序

磁性関係の実験物理学者として既に30年の研鑽を経て，世界の学者が何を考え何をしているかがよく判る立場になった訳であるが，この十年来，磁場の関係した物理学の理論構成に新らしい考え方を導入することが，どうしても必要であると結論するようになった。その一つの端初は電子の永久電流モデルの発見[1]である。コペルニクスの地球自転説の提起,[2] マイヤーの熱力学第一法則の発見,[3] ボルツマンの第二法則の発見[4] 等の例に明らかなように，時代の常識を変えることは容易ではない訳で，従って先づ慎重に電磁気学の新らしい教科書〝新電磁気学〟上下[5]を出版して基本的な考え方を明らかにし，続いて "Introduction of A New Principle in the Theory of Magnetism, Ⅰ,[6] Ⅱ,[7] Ⅲ[8] Ⅲ−R,[9] Ⅳ,[10] Ⅴ,[11] を準備し，Ⅰ，Ⅱ，Ⅲは本誌上に発表された。[12),13)] Ⅲ−R，Ⅳ，Ⅴは日本物理学会欧文誌に発表すべく投稿されたが，既存の常識を打破して新らしい常識を承認して貰うことが，如何に忍耐を伴うことであるかを身を以って経験することになった。[*),2),3),4)] 筆者は論争に発展する論文は，論旨の明確化や文献の整備など論文としての資格を整えた上で先づ公表し，論争は論文の内容が内外の人達に判るようになった段階で行うべきものと考えるが，事態はそのように動いていない。しかしながら例えばⅢ−Rについて言うと投稿後3年を経過し、多数のレフェリーや筆者の友人達が精読されたことと考えられ，問題点の内容を略々 clear out したものと筆者は判断する。従ってこの時点で以上の考え方の内容の概要を日本語で記載し，物性研究読者各位の御関心を換起し，まず我が国において新らしい考え方を確立してゆく端初にしたいと考えて本文を認めた次第である。頁数の関係で，本稿は勿論上記論文の内容の要約乃至抜萃と

---

*) 現在の，匿名で一往復3ケ月と言ったレフェリー制度はこうしたタイプの論文を審査するのには不適当であると判断せざるを得なくなっている。又その結果として論文Ⅲ－R，Ⅳ，Ⅴは未だに公表のメドが立っていない。

言ったものが大きい部分を占めるから，詳細はこれらの書物，論文を読んで載かねば理解され得ないが，他方日本語であるため，機微に触れる新らしい考え方の本質に関しては，反って本稿の方が明瞭に表現されていることもあり，更に上記論文脱稿後現時点迄に発展した最新の考え方は本稿の中でのみその記載が見られる訳である。勿論十数年に亘る頭脳労働の成果がそこにあるのであって，表現方法などに不適切，あるいは誤解を与えるものがあったとしても，簡単に既存の常識に反しているから間違いであるといった安易な受取り方をされないように希望する。なお重大な疑点は必ず筆者に御一報載きたい。

§ 2. 電磁気学の整理と新概念の導入

電磁気学が十分には完成されていないことは識者の認めるところである。[14] とくに二十世紀初頭，一旦完成したと信じられて後，近代的物性論や，場の量子論等の発展によって，再びその基本構造が検討されるといった不幸な事情を持った学問体系の不可避的実状として，電磁気学の世界には色々な混乱がある。その混乱の尖端は現時点のトップ・レベルの人達の頭脳や教科書に尚存在する矛盾や問題点であり，他の一部は所謂初等教科書レベルに存在する誤謬である。[15] 1968年東大理学部の教養２年の講義を受持って筆者はこの実状に気がついた。しかもその最も困難な複雑性のある領域が，磁性の関係した領域であって，幸い磁性の専門家である筆者の努力すべき課題と判断された。従ってその解決が決意され，電磁気学と物質の物理学との接合点，とくにマクスウェル・ローレンツの微視的電磁気学の新らしい骨組を造ることに先づ努力することになった。

先づ直面した問題は電磁気学の単位系という問題である。私は常々思考の経済を考え，より効率的な思考形態に本質的な優位を認める。ところで現在国際的に奨励され，高等学校教育で使用されているMKSA 系（ＳＩ 系とも言われる。）は，電気工学の実用単位であるアンペア，ボルト等を電磁気学の単位とするために案出された極めて人工的な体系であって，電気工学的には便利であるが，物理学の理解のためには極めて不便であって，到底私の思考形態に適合できる単位系でない。従って既にMKSA 系と併用してゆくことを提案している[16] MKS 有理化ガウス系，略してMKSＰ系（Ｐは Physical の意）を実行に移す好機と考え，筆者の電磁気学の講義と物理学のこうした方向の理論的研究およびその成果の発表は（勿論本稿も）一貫してMKSP 系で行われることになっ

た。MKSP 系には理論系としての完全性があり，素粒子論等で使われる自然単位系[26]とは若干異なり，光速度定数 c や，量子定数 $\hbar$ が，出るべき位置に正しく出るほか，MKSA 系との換算は両者とも MKS で有理化系ということで極めて簡単であって，物性物理学の理解と研究に理想的に適合するのである。[17]

次に直面した問題は電磁ポテンシャル $\{\boldsymbol{A},\ \underline{i}\,\boldsymbol{\Phi}\}$[*]の実在性である。この問題にはゲージ不変の要請との関係がからみ，更に空間のベクトル関数に関するヘルムホルツの定理[18]の正確な理解の有無の問題がからむ。筆者のいう実在とは，客観的な存在と考えることが，物理学の記述に便利なもののことである。詳細は省略させて載くが，筆者の得た結論は簡単明瞭であって，ローレンツ・ゲージに従う電磁ポテンシャル $\{\boldsymbol{A},\ \underline{i}\,\boldsymbol{\Phi}\}$ を実在と考えた物理学は便利であり勿論無矛盾の体系を構成し，従ってその $\{\boldsymbol{A},\ \underline{i}\,\boldsymbol{\Phi}\}$ は実在であるということである。[19]なお数学的手段としてクーロン・ゲージ，ロンドン・ゲージ，その他のゲージが，物理学の解析や記述に導入されることは別に変りない。しかし相対論の要請を満足する covariant なゲージとしてはローレンツ・ゲージ以外にないことは明らかで，その際附随する唯一の自由度は波動方程式

$$\Delta\psi(\boldsymbol{r},\ t)-\frac{1}{c^2}\,\frac{\partial^2\psi(\boldsymbol{r},\ t)}{\partial t^2}=0 \tag{1}$$

を満足する $\psi(\boldsymbol{r},\ t)$ による

$$\boldsymbol{A}'=\boldsymbol{A}-\nabla\psi \qquad \boldsymbol{\Phi}'=\boldsymbol{\Phi}+\frac{1}{c}\,\frac{\partial\psi}{\partial t} \tag{2}$$

以外にはない。[19]物理学で常に仮定される物理的な対称性を要求し，$\psi(\boldsymbol{r},\ t)$ は無限遠で零であると要求すると，式(1)を満足する $\psi(\boldsymbol{r},\ t)$ で残存できるのは真空中を光速度 c で飛翔すると共に，電場$\boldsymbol{E}$にも磁場$\boldsymbol{H}$にも全く影響しない幽霊波束以外にはなくなる。[18]定常，もしくは非定常でも光速度 c が問題にならない低速の現象ではこういう変なものは無視するのが物理の習慣であるからそうするとゲージの自由度は消失する。唯空中を光速度で飛翔している電磁波束（光などがその例）があった時，それに伴う $\{\boldsymbol{A},\ \underline{i}\,\boldsymbol{\Phi}\}$ は唯一の例外であって，物理的な対称性の要求と共存できる $\psi(\boldsymbol{r},\ t)$ のある自由度が

---

*) $\underline{i}$ は四次元空間の時間成分を虚数表示した際に現れる虚数単位で，$e^{i\omega t}$ の i 等と区別するために $\underline{i}$ と記することにする。[5]

残存できる。

電磁ポテンシャル $\{\boldsymbol{A}, i\Phi\}$ を実在と前提することにより，磁場$\boldsymbol{H}$と独立に，ベクトル・ポテンシャル$\boldsymbol{A}$の存在することを電子線の干渉稿の移動によって示した Bayh[20] の実験の解釈は誠にスッキリする。更に実在としてのベクトル・ポテンシャルが威力を発揮するのは誘導起電力の発生機構に関してである。今無限長のコイルがあったとして，その流れている電流 I を徐々に変化させたとする。そうするとその周りの$\boldsymbol{H}=0$の空間に誘導起電力が発生するが，その電場$\boldsymbol{E}$は

$$\boldsymbol{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} \tag{3}$$

と一義的に導出される。そして

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}_1,\ t_1)=\int_\infty \frac{\{\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r}_2,\ t_2)\}_{t_2=t_1-r_{12}/c}}{4\pi r_{12}c}\,dV_2 \tag{4}$$

は電流密度 $\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r},\ t)$ から容易に計算される。[21] この場合，光速度 c は十分早いから，式(4)の遅延効果は無視される。更に興味のあるのは磁性体内で，磁壁移動に伴う起電力の発生であって，同じく式(3)により，その $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r},\ t)$ は遅延効果を無視して

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}_1,\ t_1)=\int_\infty \frac{c\nabla\times\boldsymbol{M}(\boldsymbol{r}_2,\ t_1)}{4\pi r_{12}c}\,dV_2 \tag{5}$$

と表現されるから，$\partial\boldsymbol{M}(\boldsymbol{r},\ t)/\partial t$ が判れば容易に結果が出る。後者は筆者自身十数年前問題としたもので，マクスウェル式が全空間で完全に解ければ判る筈であるが，それはとても出来ないとあきらめた経験のあるものである。定常な磁場の磁気エネルギー U_m の計算も

$$U_\mathrm{m}=\int_\infty \frac{\boldsymbol{H}^2}{2}\,dV=\int_\infty \frac{\boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{A}}{2c}\,dV \tag{6}$$

と一般的に示せるのは$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r})$が，ローレンツ・ゲージに従うときに限るのである。そうならない例としては，例えば磁束を中に維持した超電導体リングに，ロンドン・ゲージを適用した場合があげられる。複連結の超電導体のロンドン・ゲージには多価関数の$\psi(\boldsymbol{r})$による $\nabla\psi(\boldsymbol{r})$ が現れ，式6)の最終項と同一形にすることは出来ないのである。[22]

§ 3. 電磁エネルギーと電磁モメンタムの誤解

近代的物性物理学はこの30年間にその様相を一変する程の大きい発展を遂げたと言ってよい。しかしマクスウェルの電磁方程式

$$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}\quad,\quad\nabla\times\boldsymbol{H}=\frac{1}{c}\frac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t}+\frac{1}{c}\boldsymbol{j}\tag{7}$$

$$\begin{aligned}\nabla\cdot\boldsymbol{B}&=0 &,\quad \nabla\cdot\boldsymbol{D}&=\rho\\ \boldsymbol{B}&=\boldsymbol{H}+\boldsymbol{M} &,\quad \boldsymbol{D}&=\boldsymbol{E}+\boldsymbol{P}\end{aligned}\tag{8}$$

はそれから何の影響も受けていない。例えば永久電流を維持している超電導体のリングと言えども，巨視的現象である限りマクスウェルの方程式の記述の範囲内にあるのである。[23)]

しかしながらマクスウェル方程式の示す内容の解釈に関しては非常な変化が発生したと筆者は主張する。何となれば今やわれわれは$\boldsymbol{M}$や$\boldsymbol{P}$，更に$\boldsymbol{j}$等の微視的構造を知り，その過程の詳細を理解するようになったからである。ところが，古典電磁気学の解釈に関しては必ずしもその発展に追随する変革がなされていない。今その一例として，電磁エネルギーと電磁モメンタムを取り上げよう。式(7)からエネルギー関係式として

$$-\iint_S c\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}\cdot d\boldsymbol{S}=\iiint_V\left[\boldsymbol{E}\cdot\frac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t}+\boldsymbol{H}\cdot\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}+\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{j}\right]dV\tag{9}$$

が多くの電磁気学の教科書に記載され，左辺は電磁エネルギー流を示すポインティングベクトル

$$c\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}\tag{10}$$

による電磁エネルギーの入射（発射）を，又右辺は電磁エネルギーの増加（減少）と電場$\boldsymbol{E}$が電流$\boldsymbol{j}$にした（から受取った）仕事を示すと説明される。[24)]これらの解釈を一般的に言うことは厳密には間違っている。$c\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}$がエネルギー流を，$(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H})/c$が電磁モメンタムを示すのは，唯一つの例外，即ち真空中を飛翔している電磁波束の場合に限られ，その場合でもその波束を囲む体積Vについての体積分，例えば

$$\iiint_V\frac{\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}}{c}\,dV\tag{11}$$

が，その電磁波束のモメンタムを示すのに過ぎないのである。[25)]物性物理学的に$\boldsymbol{E}\cdot(\partial\boldsymbol{D}/$

∂t), $\boldsymbol{H}\cdot(\partial\boldsymbol{B}/\partial t)$ が何を示すかは重要な問題であり，物質の微視的構造から考えてゆかない限り解答は出ない。最も容易に見える $\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{j}$ に対してすらもその理解が単純でない例として静止している帯電球を運動系から眺めた時，電荷の存在位置で至るところ $\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{j}\neq 0$ であることを指摘しよう。四次元のミンコフスキー空間の問題とからんで，式(9)の解釈は決して容易ではなく，その追跡は遂には場の量子論の検討にまで及ばねばならないのである。[26] 上記 $\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{j}$ に限って言えば，われわれは暗黙のうちに考えている物質を全部静止させているのであって，[24] その限りでは認められる場合も多いが，モーターの回転子など，われわれの身近な範囲にローレンツ変換は顔を出して居り，従ってその解釈だけでは式(9)を理解したことにはならない。マクスウェルのテンソルによる，ローレンツ力と電磁モメンタムの時間変化の体積分の巨視的関係式[27] も以上の疑問を深めるだけである。

§ 4. スピン磁気能率とマクスウェル－ローレンツの電磁場

筆者はマクスウェル方程式の内容の厳密な基礎づけはマクスウェル－ローレンツの方程式の助けを借りて行う以外に方法はないと結論する[27]。一方において物性物理学の進展は，NMR， Mössbauer 効果等の研究によって，10^{-15}m といった微細な半径の原子核の位置においてすらも，超微細電磁場，$\boldsymbol{e}$、$\boldsymbol{h}$ の存在を明確化した。もちろん結晶電場の概念などもありマクスウェル－ローレンツの電磁場は現代物理学の基本的実在である。

さて近代的マクスウェル－ローレンツの電磁気学の建設に際して直ちに直面した問題は磁気能率の表現である。そして磁気能率の主要原因は電子スピンであるから，これは電子スピン磁気能率の古典像の問題である。スピン磁気能率が，電荷の運動という意味で，電流がその基礎にあることは確立された実験事実であり[28),29)]，理論的にも疑う余地がないには関らず[30),31),32)]，マクスウェル－ローレンツの電磁気学の中で電子スピン磁気能率の電流性，特に永久電流性を明確に導入した過去の文献はない。[33),34)]

しかしながら量子力学においてはたとえ電子自身の軌道運動といえども，定常状態においては連続的な電流分布として描写され，そこからは電磁波の射出はあり得ない。従ってマクスウェル－ローレンツの電磁気学の立場で，磁気能率はスピン磁気能率を含めてそれ自身永久電流であると考える以外に方法はない。マクスウェル－ローレンツの電

磁気学の重要前提

$$\bar{\bar{h}} = \boldsymbol{B} \tag{11}$$

（但し$\bar{\bar{\ }}$は巨視的には小さく，微視的には大きい体積での空間平均）は，磁化の起源を小さい永久電流の集合体と見做す以外に正当化の方法はない。[1),35)] われわれは超電導体の存在によって巨視的世界にすら，永久電流の存在を知っている。従ってこの考え方は極く自然なものである。

この話と相前後するが，筆者はかねがね電子スピンの g－因子が1でなく2であるという実験事実に注目していた。普通はディラックの相対論的量子力学の結果として自然に導出され，またそれによってのみ根拠づけられるとされているのであるが，g には $\hbar$ は入っていない。従ってその古典的な説明が必ずある筈であるという直観である。なお30年の磁性物理学研鑽の経験の結果として筆者は過去の不成功の歴史を恐れない。われわれは現在に生きて居り，過去の人達の知らない多くの知識を持っている。唯一の事実を知らなかったが故に成功に到達できなかった物理学研究の歴史は山と存在するからである。

さてこの考察は驚くべきことに電子は古典的には永久電流そのものであると考えて宜しいとの結論を示したのである。[1)] その一つのモデルは，非常に小さい断面で半径が

$$R = 2\frac{\hbar}{mc}\left(1+\frac{\alpha}{2\pi}\right) = 7.73\times10^{-13}\,\mathrm{m} \tag{12}$$

のリング状の永久電流が，量子揺動して，球状の電荷分布になっているものであって，リングの構成素片における電荷分布が，略々その中心線の周りに円柱対称的であると仮定すると，円柱対称性を持って光速度で動いている電荷系では，ローレンツの電気力と磁気力が相殺するというプラズマ物理学の一般原理に従って点電荷特有の発散の主要項は存在せず，古典的には略完全に近いモデルを形成する。その保持する磁束は

$$hc/e \tag{13}$$

であって、電子は量子化された磁束を持っているという新概念を提起することになる。その全エネルギーは

$$U = mc^2 = U_{\mathrm{e}} + U_{\mathrm{m}} \tag{14}$$

であって，U_{e}，U_{m} はそれぞれ電荷と電流の造る電気的および磁気的エネルギーであ

る。 g- 因子は結果的に

$$g=\frac{U_e+U_m}{U_m}=2\left(1+\frac{\alpha}{2\pi}\right) \tag{15}$$

と表現され, $\alpha/2\pi=e^2/4\pi\hbar c$ の異常磁気能率の寄与を正しく含み，ある意味でディラックの原初の方程式の解よりも高い精度の値を与えたのである。 g- 因子はいわば電子全体としての運動の慣性質量と，自転運動に対する実効抵抗力としての慣性質量の比になって居り，電気エネルギーに附随する運動量は前者には有効であるが，後者には有効に働かないと結論される。この際，電子に関して，従来の four tensor に代って momentum-energy pseudo-density four vector $\{\boldsymbol{p}(\boldsymbol{r},t),\frac{i}{c}\varepsilon(\boldsymbol{r},t)\}$ という新らしい概念が提起され使用されているが，この考え方が有効な近似として広く利用される事を期待する。[*] いづれにしても，こうして磁気能率を永久電流で考えることはマクスウェル－ローレンツの立場では must であると結論した。しかし昔の人達が容易に磁気能率の永久電流性を結論できなかった理由は直ちに明瞭となってくる。それは永久電流の導入と共に，磁気誘導による永久電流系へのエネルギーの transfer という，巨視的なマクスウェルの方程式の中には必ずしも陽に現されていない現象の存在を容認せざるを得なくなる。[**] 慎重な解析の結果は，その現象は実在であり，それを認めることによって初めてマクスウェル－ローレンツの方程式とマクスウェルの方程式の厳密な数式関係が明らかになるのであり，[36]更にその体系の発展の中に， Pauli 近似の Dirac Hamiltonian が厳密に導出され，[11]従来の相対論的量子力学の結果[37),38)] に解析的に接続することが，証明された。そしてその際磁気誘導に伴うエネルギーの移動という従来の相対論的量子力学の枠組の中に入っていない現象が重要な役割を演ずることも明らかになったのである。

§ 5. ゼーマン・エネルギーの新らしい解釈

さてマクスウェル－ローレンツの世界で，磁気能率がすべて永久電流によるものと明

---

*) 本稿の以下の解析で必要になるのは電子スピン磁気能率の古典像は永久電流であるということ，その事だけであって，上記古典モデルの詳細とは関係しない。

**) この容認は磁気能率が電荷の運動によるものとする限り避けられないのであって，特に永久電流性の導入を必要とする訳ではない。又 Diracの方程式の中では陽には表現されていないのである。

確化した時，直ちに直面する課題はゼーマン・エネルギーの解釈である。磁場中にある磁気能率 $\boldsymbol{\mu}_2$

$$\boldsymbol{\mu}_2=\frac{I_2\boldsymbol{S}_2}{c} \tag{16}$$

にはゼーマン・エネルギー

$$U=-(\boldsymbol{\mu}_2\cdot\boldsymbol{H}_1) \tag{17}$$

が附随することは実験的に確認されている事実である。ここに $\boldsymbol{S}_2$ は永久電流 I_2 の囲む面積ベクトルであって，$\boldsymbol{H}_1$ は外界におかれたコイル C_1 より，印加される磁場である。理解の便利上，C_1 は超電導体のリングであって，そこに永久電流 I_1 が流れているものとしよう。そうすると二つの永久電流の相互作用磁気エネルギー U_{m12} は

$$U_{\mathrm{m12}}=\iiint_{\infty}\boldsymbol{H}_1\cdot\boldsymbol{H}_2\,dV=\iiint_{\infty}\boldsymbol{A}_1\cdot\frac{\boldsymbol{j}_2}{c}\,dV=\sum_i\frac{\Delta I_{2i}}{c}\oint_{\mathrm{C}_i}\boldsymbol{A}_1\cdot d\boldsymbol{\ell}$$

$$=+(\boldsymbol{H}_1\cdot\boldsymbol{\mu}_2) \tag{18}$$

と計算され，式(17)と逆符号になる。普通は式(17)はディラックの相対論的量子力学に伴って導出されるものとして、それ以上問わないことになっているが，$\boldsymbol{\mu}_2$ を磁束を維持している超電導体の小リングとした場合も式(16)，(17)，(18) の成立が以下に示すように証明され，従って以上は矛盾ではなく極めて一般的な物理的関係式になるのである。

さてこの事実の説明には磁場中に磁気能率が回転などした際に必然的に附属する誘導起電力のする仕事を正確に計算することによって与えられる。簡単化のためすべてが準静的に行われたとすると，

$$\delta(G_1+G_2+U_{\mathrm{m}})=\delta\left[-(\boldsymbol{\mu}_2\cdot\boldsymbol{H}_1)\right] \tag{19}$$

であって，[39),6),7),10)] U_{m} は全系の磁気エネルギー，G_1，G_2 はそれぞれ永久電流 I_1 および I_2 に附随する非磁気量的なエネルギーであって，例えば超電導電流に伴う運動エネルギー等に相当し，$\boldsymbol{\mu}_2$ の方向変化等に伴う $\boldsymbol{\mu}_2$ の磁場 $\boldsymbol{H}_2$ の C_1 に対する磁気誘導効果，および $\boldsymbol{H}_1$ 中で $\boldsymbol{\mu}_2$ の方向が変化する結果発生する $\boldsymbol{\mu}_2$ 内の磁気誘導効果に伴う非磁気的なエネルギーの出入の貯蔵庫になるエネルギー源である。この解釈は全く新らしい

ものであるが,[39] マクスウェル－ローレンツの電磁気学から，マクスウェルの電磁気学が平均操作によって得られる以上，マクスウェル・ローレンツの電磁気学の中にその効果を含めなければならない必然性を持つものであるにも拘らず今迄の物性論の量子力学の体系の中には陽に現されて居なかったものである。もちろん C_1 と μ_2 の距離が遠い時は，δG_1 のエネルギーは電磁場の遷移状態として空中を飛翔するが，電磁エネルギーとして正確に式(19)の関係を空中でも維持している。その際遷移状態にある電磁場の進行方向は明らかに μ_2 より C_1 えであるが，そのエネルギーは正のことも負のことも在り得ることを注意する。キュリー・ランジュバン・デバイの常磁性体を磁場中で冷却した際には，負の電磁エネルギーが，磁場の源 C_1 に向って発射されたと考えざるを得ないことをマクスウェルの方程式は疑問の余地のない姿で示すのである。[11]

この電磁エネルギー移動の新機構の明確化は，当然磁性体の関係した熱力学の関係式の解釈や，その形に新らしい変化を及ぼす。その話に入る前にマクスウェル－ローレンツの電磁気学とマクスウェルの電磁気学の間の接続関係を明確化しよう。

§6. マクスウェル－ローレンツの方程式とマクスウェルの方程式

§4，5に従ってわれわれはマクスウェル－ローレンツの方程式には微視的な永久電流 $\boldsymbol{I}^{\mu}(\boldsymbol{r},t)$ の存在を考えねばならない。従ってその基礎方程式は

$$\left.\begin{aligned}&\nabla\times\boldsymbol{e}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\boldsymbol{h}}{\partial t}, &&\nabla\times\boldsymbol{h}=\frac{1}{c}\frac{\partial\boldsymbol{e}}{\partial t}+\frac{\rho\boldsymbol{v}}{c}+\frac{\boldsymbol{I}^{\mu}}{c}\\ &\nabla\cdot\boldsymbol{h}=0, &&\nabla\cdot\boldsymbol{e}=\rho\end{aligned}\right\}\qquad(20)$$

である。量子力学的な構造のもとで磁気能率を形成する微視的閉回路電流 $\boldsymbol{I}^{\mu}(\boldsymbol{r},t)$ と，閉回路的でない軌道運動 $\rho\boldsymbol{v}$ を区別することは実際的には困難であるが，考察の都合上形式的に式(20)のように置く。[27] 式(20)は現象論的方程式であることを考慮し，電荷を

$$\rho(\boldsymbol{r},t)=\sum_i\rho_i(\boldsymbol{r},t),\quad \rho\boldsymbol{v}=\sum_i\rho_i\boldsymbol{v}_i,\quad \boldsymbol{I}^{\mu}=\sum\boldsymbol{I}^{\mu}_i \qquad(21)$$

と分解する。ρ_i，$\boldsymbol{v}_i$，$\boldsymbol{I}^{\mu}_i$ は i 番目の荷電粒子（電子と原子核）の ρ，$\boldsymbol{v}$，$\boldsymbol{I}^{\mu}$ である。更に i 番目の荷電粒子に帰因する電磁場を $\boldsymbol{e}_i$，$\boldsymbol{h}_i$ とすると

$$\left.\begin{aligned} &\nabla\times\boldsymbol{e}_i=-\frac{1}{c}\frac{\partial\boldsymbol{h}_i}{\partial t}\ , && \nabla\times\boldsymbol{h}_i=\frac{1}{c}\frac{\partial\boldsymbol{e}_i}{\partial t}+\frac{\rho_i\boldsymbol{v}_i}{c}+\frac{\boldsymbol{I}_i^{\mu}}{c} \\ &\nabla\cdot\boldsymbol{h}_i=0\ , && \nabla\cdot\boldsymbol{e}_i=\rho_i \end{aligned}\right\} \quad (22)$$

でなければならない。

$$\boldsymbol{e}-\sum_i\boldsymbol{e}_i=\boldsymbol{e}_0,\quad \boldsymbol{h}-\sum_i\boldsymbol{h}_i=\boldsymbol{h}_0 \qquad (23)$$

とすると，$(\boldsymbol{e}_0, \boldsymbol{h}_0)$は自由電磁波の式

$$\left.\begin{aligned} &\nabla\times\boldsymbol{e}_0=-\frac{1}{c}\frac{\partial\boldsymbol{h}_0}{\partial t}\ , && \nabla\times\boldsymbol{h}_0=\frac{1}{c}\frac{\partial\boldsymbol{e}_0}{\partial t} \\ &\nabla\cdot\boldsymbol{h}_0=0\ , && \nabla\cdot\boldsymbol{e}_0=0 \end{aligned}\right\} \quad (24)$$

を充たさねばならぬ。更に磁化$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{r}, t)$の定義の基礎になるものとして，各$\boldsymbol{I}^{\mu}(\boldsymbol{r}, t)$に伴う磁殻関数$\boldsymbol{m}_i(\boldsymbol{r}, t)$を導入する。*) $\boldsymbol{m}_i(\boldsymbol{r}, t)$は閉回路$\boldsymbol{I}_i^{\mu}$で区切られた磁殻の中でのみ値を持ち，丁度磁殻の磁化に対応する関数である。磁殻$\boldsymbol{m}_i$の造る$\boldsymbol{H}$磁場を$\boldsymbol{h}_i^{\mathrm{m}}(\boldsymbol{r}, t)$とすると

$$\boldsymbol{h}_i^{\mathrm{m}}(\boldsymbol{r}, t)=-\nabla\varphi_i^{\mathrm{m}}(\boldsymbol{r}, t)\ ,\quad \nabla\times\boldsymbol{m}_i=\frac{\boldsymbol{I}_i^{\mu}}{c} \qquad (25)$$

と表され，$\varphi_i^{\mathrm{m}}(\boldsymbol{r}, t)$は$\boldsymbol{m}_i(\boldsymbol{r}, t)$の造る磁気ポテンシャルになる。詳細は省略するが，これだけの準備の後われわれは

$$-\iint_S c\sum_{i\neq j}\boldsymbol{e}_i\times(\boldsymbol{h}_j-\boldsymbol{m}_j)\cdot d\boldsymbol{S}=\iiint_V\Big[\sum_{i\neq j}\Big(\boldsymbol{e}_i\cdot\frac{\partial\boldsymbol{e}_j}{\partial t}+\boldsymbol{h}_j\cdot\frac{\partial\boldsymbol{h}_i}{\partial t}\Big)$$

$$+\sum_{i\neq j}\boldsymbol{e}_i\cdot\rho_j\boldsymbol{v}_j+(-\boldsymbol{m}_j)\cdot\frac{\partial\boldsymbol{h}_i}{\partial t}\Big]dV \qquad (26)$$

$$-\iint_S c\,\boldsymbol{e}_i\times\boldsymbol{h}_i\cdot d\boldsymbol{S}=\iiint_V\Big[\frac{\partial}{\partial t}\Big(\frac{\boldsymbol{e}_i^2+\boldsymbol{h}_i^2}{2}\Big)+\boldsymbol{e}_i\cdot(\rho_i\boldsymbol{v}_i+\boldsymbol{I}_i^{\mu})\Big]dV \qquad (27)$$

の両式を導出できる。

*) 磁殻については，例えば Jeans の “Electricity & Magnetism”, p. 376, 426.

式(26)は式(9)の原形となる重要なマクスウェル－ローレンツの関係式で，$i=j$ の場合が除かれている点と，$\boldsymbol{h}_j-\boldsymbol{m}_j$ と磁殻関数が挿入されている点がポイントである。式(20)のままで式(9)に持ってゆくと，$\boldsymbol{H}$ の代りに $\boldsymbol{B}$ が，又式(27)に示される単一電荷に附随した電磁エネルギーの恒等式の内容が良く判らなくなるのである。式(26)まで分解すると，

$$\iiint_V \left[\sum_{i\neq j} (-\boldsymbol{m}_j) \cdot \frac{\partial \boldsymbol{h}_i}{\partial t} \right] dV = \iiint_V \left[\sum_{i\neq j} \boldsymbol{e}_i \cdot \boldsymbol{I}_j^{\mu} \right] dV \tag{28}$$

であって，式(26)の右辺の第１項，第２項，第３項はそれぞれ，荷電粒子の作る電磁場の相互作用エネルギー項の時間変化，各荷電粒子に電場がする仕事率，磁気誘導により各磁気能率 $\boldsymbol{\mu}_j=\iiint \boldsymbol{m}_j\, dV$ に与えられるエネルギー率と言った具合に明確化され，従ってその左辺は入って来た電磁エネルギーの総量を示すものと考えることが出来るのである。[27),7) この立場でマクスウェル－ローレンツのテンソルによる，ローレンツ力と電磁モメンタムの時間変化の体積分の関係式も矛盾のない理解に到達できる。

ここで重大なわれわれの立場が指摘できる。§４で述べた電子の永久電流モデルの立場に従って，われわれは式(27)に示されるところの，荷電粒子 ρ_i，$\boldsymbol{v}_i$，$\boldsymbol{I}_i^{\mu}$ に伴う電磁場のエネルギー $\iiint [(\boldsymbol{e}_i^2+\boldsymbol{h}_i^2)/2]\, dV$ は，その粒子の自己エネルギー（例えば電子なら γmc^2，$\gamma=1/\sqrt{1-(v/c)^2}$）の一部であるとする立場に立っている。[*) この立場は所謂 field theory の現在の基本的な近似の出発点とは異なっている。しかし電子自身の消滅や photon の creation などを問題とする高エネルギー物理学の領域と異なり，電子は不生不滅と考え，光の発射すらも特別なことと考える物性物理学の分野では，われわれの近似方法がより良い理解を与えると主張する立場に立っているのである。

さて式(26)，(27)を巨視的には小さく，微視的には大きい体積 ΔV で平均して $\overline{\overline{\boldsymbol{e}}}$，$\overline{\overline{\boldsymbol{h}}}$，$\overline{\overline{\boldsymbol{m}}}$ 等を定義すると，

$$-\iint_S c\,\overline{\overline{\boldsymbol{e}}} \times (\overline{\overline{\boldsymbol{h}}} - \overline{\overline{\boldsymbol{m}}}) \cdot d\boldsymbol{S}$$

$$= \iiint_V \left[\overline{\overline{\boldsymbol{e}}} \cdot \frac{\partial \overline{\overline{\boldsymbol{e}}}}{\partial t} + \overline{\overline{\boldsymbol{h}}} \cdot \frac{\partial \overline{\overline{\boldsymbol{h}}}}{\partial t} + \overline{\overline{\boldsymbol{e}}} \cdot \overline{\overline{\rho \boldsymbol{v}}} - \overline{\overline{\boldsymbol{m}}} \cdot \frac{\partial \overline{\overline{\boldsymbol{h}}}}{\partial t} \right] dV \tag{29}$$

*）勿論射出された電磁波のエネルギーは除く。

および

$$-\iint_S c(\boldsymbol{e}-\overline{\overline{\boldsymbol{e}}})\times\{(\boldsymbol{h}-\overline{\overline{\boldsymbol{h}}})-(\boldsymbol{m}-\overline{\overline{\boldsymbol{m}}})\}\cdot d\boldsymbol{S}$$

$$=\iiint_V\Big[(\boldsymbol{e}-\overline{\overline{\boldsymbol{e}}})\cdot\frac{\partial(\boldsymbol{e}-\overline{\overline{\boldsymbol{e}}})}{\partial t}+(\boldsymbol{h}-\overline{\overline{\boldsymbol{h}}})\cdot\frac{\partial(\boldsymbol{h}-\overline{\overline{\boldsymbol{h}}})}{\partial t}$$

$$+(\boldsymbol{e}-\overline{\overline{\boldsymbol{e}}})\cdot(\rho\boldsymbol{v}-\overline{\overline{\rho\boldsymbol{v}}})-(\boldsymbol{m}-\overline{\overline{\boldsymbol{m}}})\cdot\frac{\partial(\boldsymbol{h}-\overline{\overline{\boldsymbol{h}}})}{\partial t}\Big]\cdot dV \tag{30}$$

が得られる。[27] 式(29)と式(30)は丁度フーリエ分解のように，巨視的に変化する成分と，微視的に変化する成分との分解であって，それぞれ独立に成立しているものと数学的に結論できる。式(9)は式(29)より

$$-\iint_S c\boldsymbol{E}\times(\boldsymbol{B}-\boldsymbol{M})\cdot d\boldsymbol{S}$$

$$=\iiint_V\Big[\boldsymbol{E}\cdot\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t}+\boldsymbol{B}\cdot\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}+\boldsymbol{E}\cdot\Big(\boldsymbol{j}+\frac{\partial\boldsymbol{P}}{\partial t}\Big)-\boldsymbol{M}\cdot\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}\Big]\,dV \tag{31}$$

として理解されるのである。[27),7)] さて，数学的には上の通りであっても，式(29)と式(30)は一方が他方よりもエネルギー的に小さいという保証はなく，又物理的に互に独立に考え得るという保証もない。例えば熱伝導によるエネルギーの移動は全面的に式(30)の問題である。式(9)に関して§３に述べたパラドックスは，電磁エネルギーの移動関係式として式(26)，(27)を式(29)，(30)に分解できない状況に相当する。電荷 q_i がその固有系（静止系）上で静止を続けて居り，磁場の勾配の存在が無視できる場合には，その固有系上で働く電場は

$$\sum_{j\neq i}\boldsymbol{e}_j(\boldsymbol{r}_i)=0 \tag{31}$$

であって，例え磁場 $\sum_{j\neq i}\boldsymbol{h}_j(\boldsymbol{r}_i)\neq 0$ であっても，ローレンツ力 $q_i\,\boldsymbol{e}+(q_i\boldsymbol{v}_i\times\boldsymbol{h})/c=0$ の関係は運動系に移っても不変であることを注意する。

マクスウェル－ローレンツの世界は，本質的に不連続が支配する世界であって，マイスナー効果の際に問題になる magnetic flux の完全導体中の移動はマクスウェル－ローレンツの構造の中では，その発生は別に不思議はないのである。

式(26)，(28)，(31)は磁化の関係した物性物理学のエネルギー授受の関係の理解に根本的変

更を要求する。詳細は省略するが，キュリー・ランジュバン・デバイの常磁性の場合の良く知られた関係式

$$dU = T\,d\,S + H\,dM \tag{32}$$

は，正しくは

$$dU_{\mathrm{L}} = T\,d\,S + H\,dM \tag{33}$$

であって，[7),10)] U_{L} は磁化を持つ体系の，磁化の大きさに関係しないエネルギーで，もし固体が問題であればその主要項は格子エネルギー U_{L} なのである。又通常のラーモア反磁性体の場合，極小にするべき熱力学関数はヘルムホルツの自由エネルギー

$$F' = U_{\mathrm{L}} + \sum_i U^i_{k2} + \frac{M^2}{2} - T\,S \tag{34}$$

であって，[7)] U^i_{k2} は問題になる電子 i の力学的運動エネルギー

$$U^i_{k2} \fallingdotseq \frac{m_i}{2}\, v_i^2 = \frac{\left[\boldsymbol{p}_i - q_i\,\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}_i)/c\right]^2}{2m_i} \tag{35}$$

である。式(34)が従来の考え方と異なる点は，$M^2/2$ の項が入っていることであって，磁化$\boldsymbol{M}$は

$$M = -\left(\frac{\partial F'}{\partial H}\right)_T = -\frac{\partial}{\partial H}\left(U_{\mathrm{L}} + \sum_i U^i_{k2}\right) - M\left(\frac{\partial M}{\partial H}\right)_T + T\left(\frac{\partial S}{\partial H}\right)_T \tag{36}$$

となり

$$|\chi| = \left|\left(\frac{\partial M}{\partial H}\right)_T\right| \tag{37}$$

が1に比し十分小さければ従来の取扱いと区別出来なくなる。但し $|\chi| \sim 1$ の桁になると従来の取扱いは本質的に過まってくる。これが次節以下で問題となるマイスナー効果の新らしい考え方の萌芽である。

磁化の関係した熱統計力学の本は数多く，完成しているという誤解を与えている。しかし永久磁気能率の関係した熱統計力学と，反磁性のようなそうでない熱統計力学とは区別されるべきことを明確に述べた文献も既に存在する。[40),41)] Landau-Lifshitz が，その Statistical Physics の教科書の中で，磁場の関係した熱統計力学に全く言及しなかったのは，両氏がそこは未完成であり，厳密な記述が出来ないと判断したからであると考える。

§7. 量子物理学と古典物理学の接続関係

さてここで近代的量子物理学と，古典物理学，具体的には古典力学，古典熱学，古典電磁気学との関連について述べよう。当初筆者の解析は電磁気学の解析を出発点とした為，古典物理学としてはそうであるかも知れないが，近代量子物理学の理解とは関係のない話であり暇仕事であるという批判が存在し得た。勿論巨視的事象に関する限り古典物理学の記述は完全であり，従ってこうした中傷は成立しないという自信はあったが，解析的とは言い難かった。しかし判ったことは近代量子電気力学（Quantum Electrodynamics）と言えども，その基底に古典物理学の描像を持って居り，従って古典物理学と量子物理学の接続は厳密且つ解析的であって，古典物理学の記述は，量子物理学の結果の巨視的平均，多くの場合対角要素の平均の意味を持って居り，古典的に真理である事柄は量子論的にも正当化され，量子論で始めて言える真理は勿論存在するが，古典的に言えたことは殆んどの場合，量子論でも成立すると考えねばならない事であった。

近代的量子力学はまづ古典的な電荷を持つ粒子や，古典的電磁場を基礎としてラグランジアン

$$L(q_r, \dot{q}_r) \tag{38}$$

を構成する。[42] このラグランジアンに作用原理を適用して得られるラグランジュの方程式

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_r}\right) = \frac{\partial L}{\partial q_r} \tag{39}$$

は，その古典量 q_r，$\dot{q}_r$ から，運動量 p_r を

$$p_r = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_r} \tag{40}$$

で定義し，更に q_r，$\dot{q}_r$，p_r をすべて量子物理学の演算子と読み換えて，量子条件

$$[q_r, p_s] = i\hbar\delta_{rs} \tag{41}$$

を要請すると，その儘量子物理学の基本方程式に移行するのである。（対称性の問題その他量子力学特有の附加条件は当然存在するが。）

関係の人達と討議して判ったことは，この方面の理論物理学界には，任意の演算子 A

の定義に関して筆者と見解の異なる習慣があることである。筆者は定義は便利なように決めるものであると考えるので，筆者の dA/dt は $\dot{A}$ と習慣的に考えられているもので，

$$\frac{dA}{dt} = \frac{d}{dt}\langle A\rangle \tag{42}$$

であるような演算子のことであると考える。$\langle\ \ \rangle$ は任意の状態 ψ で挟んだ期待値である。式(39)は演算子の関係式としては，このように理解されねばならないのである。

以上の結論は表示，即ちシュレディンガー表示か，ハイゼンベルグ表示かに関係しない。ただし，今$(\quad)_{SR}$，$(\quad)_{HR}$ でシュレディンガー表示およびハイゼンベルグ表示の演算子を示すものとし，更に$(A)_{SR}$が，時間を explicit に含まないものとすると，

$$\frac{\partial (A)_{SR}}{\partial t} = 0 \neq \left(\frac{dA}{dt}\right)_{SR} \tag{43}$$

であるが，

$$\frac{\partial (A)_{HR}}{\partial t} = \left(\frac{dA}{dt}\right)_{HR} \tag{44}$$

となる。

さて固体論で通常使われる非相対論的な近似で考えるとして，式(39)，(40)からハミルトニアンの方程式に普通は討議なく移行する。ところが，ここに重大な問題点がある。それは，原子物理学で通常扱う体系，即ち原子，分子，原子核等では，その中での光速度 c は無限に速いと仮定して十分である。例えば1Å を光が走る時間は 3×10^{-19} 秒であって，こんな短い時間を問題にすることは通常ない。固体論に移っても，例えば規則—不規則変態や，融解の問題のように全体が一様であり，c が ∞ と仮定できる十分小さい体積内だけの事を考えておけば十分である場合には問題はない。その場合には式(39)，(40)から

$$H(q_r, p_r) = \sum_s p_s \dot{q}_s - L(q_s, \dot{q}_s) \tag{45}$$

とハミルトニアンが定義され，変数 $\dot{q}_r$ が変数 p_r に移行し

$$\frac{dq_r}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_r}\quad,\quad \frac{dp_r}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_r} \tag{46}$$

のハミルトニアン方程式が導出される。この場合，式(45)，(46)は古典方程式であると共に，式(41)と連立させることにより演算子としての量子力学の関係式であることを注意する。なお Ehrenfest の定理として知られる，式(46)の期待値に関する等式は，式(46)がある以上当然成立するが，逆に任意の演算子A，Bに関して，任意の状態φに対する期待値

$$<A>=<B> \tag{47}$$

であるならば，代数学的に厳密に

$$A\equiv B \tag{48}$$

であることが言えるので，*) Ehrenfest は式(47)，(48)の関係を知らなかったことを意味することになる。

一般に量子物理学が，その基礎に演算子間の関係式として古典物理学の描像を持っている以上，古典物理学的に巨視的に導出された結果の大部分は量子物理学的にも導出されねばならず，われわれは多くの場合，その解析的接続性を信じて，古典物理学的に導出された真理は，量子物理学的にその真理が成立しないという特別な証明が明確に根拠づけられない限り，量子物理学的にも巨視的平均としては真理であると信じてゆくというのが，物理学の常套手段である。

さて$c=\infty$が仮定できないとして再び式(39)と式(46)の関係に議論を戻そう。固体物理学者の一部には，固体物理学でハミルトニアンは万能であり，ハミルトニアンによるシュレディンガー方程式が解けると，固体論のすべての問題は解決するという考え方がある。結果として筆者はこの考え方に修正を要求する事になる。作用原理により先ず導出されるのはラグランジアンであって，ハミルトニアンではない。ラグランジアンは相対論的に不変なスカラーに構成できるが，ハミルトニアンは四元ベクトルの時間成分にしかならない[42]。固体論で使われる通常のハミルトニアンは，電磁場を正準変数で現わすといった面倒な手続をも経ないで，光速度を∞と仮定し単純な手続きで式(45)に従って導出されるものが多いのであって，もし電磁シグナル伝達の速度の有限性を考慮せねばならなくなると本質的な困難に遭遇する。この問題が次節以下の主要議題になる。なお数学的には電磁場を正準変数で示すことにより，遅延効果が入れられその時間微分dA/dt

---

*) 証明 $A-B=C$として任意の状態x，yに対し $0=<x+y|C|x+y>-<x-y|C|x-y>-i<x+iy|C|x+iy>+i<x-iy|C|x-iy>=4<x|C|y>$ （本学数学教室伊藤教授による。）

うに見える。[43] しかし詳細に当るとすぐ判るように正準変数の方法は，例えば一定磁場を印加するという条件が表現上不明確になり，又 renormalization の困難が伴う。この方法でわれわれの課題が解決できないことは後程示される。固体論の通常のハミルトニアンの方法は，原子，分子或は大きくても一様であって，その小さい部分丈を考察すればよく，その中では $c=\infty$ と前提出来る物理学で威力を発揮した手段であるが，そうでない場合，とくにマイスナー効果のように考える体系が，巨視的にも非一様になって，その内部での情報伝達の時間すらも問題になってくると，重大な批判に曝される。特に本稿において重要な役割を演ずる電流は電荷の速度 $\boldsymbol{v}=\dot{\boldsymbol{r}}$ に依存し，又境界条件も（$\boldsymbol{r}$，$\boldsymbol{v}$）で考えないと極めて困難である。従って本稿は以下 q_r，$\dot{q}_r$，即ち $\boldsymbol{r}_i$，$\dot{\boldsymbol{r}}_i=\boldsymbol{v}_i$ を体系の主な変数とするラグランジアンの手法で記述される。

§ 8. マイスナー効果に関する疑問

物理学者には色々な型がある。筆者は物理学に関しては厳密派，完全主義者であって，いかに些細と思われることであっても，一貫した理論構成の中に疑点があれば，それを追跡してその原因を解明し，次の発展の基礎としてゆく。小さな露頭から巨大な大鉱床，場合によっては物理学の全体系を揺がす大きい新らしい発展が生れ得ることは過去の歴史が示していると信じているが，本稿の解説の中にそうした臭いを感じ取って戴ける読者が居られれば幸である。

さて，超電導体の存在によって近代的な電滋気学が永久電流の存在を認めねばならないことは必然であり，マクスウェルの方程式はその際電気抵抗 $\rho=0$ とおくことによって，何等の変更なくそれを許容することは§ 4 で述べた通りである。さて導体は静電場 $\boldsymbol{E}$ の存在下では，〝表面電荷〟が現れて内部では $\boldsymbol{E}=0$ となる。一方理想的な導体である超電導体は磁場 $\boldsymbol{H}$ の存在下で〝表面電流〟が現れて内部で $\boldsymbol{H}=0$ である。この著しい対応関係は，このマイスナー効果も又永久電流を維持できる完全導体の古典的属性ではないかと予想させる。[5),6)] しかし従来マイスナー効果は完全導体とは独立の，超電導体の持つ量子力学的効果であり，完全導体があったとすると，それは完全磁気遮蔽は示すが，マイスナー効果は示さないとされていた。従って明確化したいことは，**「永久電流を維持出来る一様な体系があれば，それはマイスナー効果を示す。」** という物理法則が，古

典的考察の範囲内で成立するか否かということである。*) この場合，マイスナー効果とは磁場の存在下では常に内部で$\boldsymbol{H}=0$になることであって，仮定としてもし内部に$\boldsymbol{H}\neq 0$があったとすると，その磁束はすみやかに押し出されて$\boldsymbol{H}=0$の熱平衡状態に移行することを意味する。

さて電場の場合，表面電荷の状態が電気エネルギーの極小の状態である。磁場の場合も磁気エネルギーの極小であることがすぐ判る。今簡単のため二つの完全導体（超電導体がその実際例になるから，理想化した超電導体と思われても差支えない。）C_1とC_2よりなる系を図1のように考える。今とにかく電流$\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r})$が$C_1+C_2$の体系のどこかには

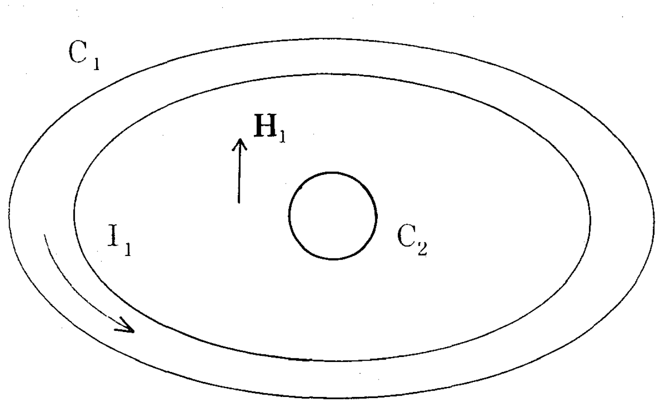


図1　二つの完全導体C_1+C_2よりなる系

少くともあるものとすると，その磁気エネルギーU_mは簡単に

$$U_m=\iiiint\!\!\iint \frac{\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r}_1)\cdot\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r}_2)}{8\pi r_{12}c^2}\,dV \tag{49}$$

と計算され，[5] その変分δU_mは

*) 力学，熱力学，電磁気学などが古典物理学と言われる。物理法則の基礎に量子力学のあることは疑問の余地がない。従って，古典的という言葉は，式(38)－(46)の枠組の中でいうと，その物理量q_r，$\dot{q}_r$，p_rなどを確定した観測可能量と考え，その演算子性や，量子条件式(41)，更に系の状態の対称性等を陽に要請しない物理学の体系と言える。

$$\delta U_{\mathrm{m}} = \sum_{\lambda} \sum_{\mathrm{i}} \boldsymbol{\Phi}_{\lambda \mathrm{i}} \, \delta(\varDelta I_{\lambda \mathrm{i}}) \tag{50}$$

と整理される。[6),7),5)] ここに$\lambda = 1$，2で，λ，iによって指定されるのは，C_λ 中に流れるすべての電流を細分して微少な断面積を$\varDelta I_{\lambda \mathrm{i}}$ の電流が流れる電流回路$C_{\lambda \mathrm{i}}$ の集合と見做したとき，その一つの回路である。$\delta(\varDelta I_{\lambda \mathrm{i}})$ はその電流$\varDelta I_{\lambda \mathrm{i}}$ の変分で，$\boldsymbol{\Phi}_{\lambda \mathrm{i}}$ は$C_{\lambda \mathrm{i}}$ で囲まれた磁束である。全く任意の$C_{\lambda\xi}$ も当初$\varDelta I^{\circ}_{\lambda\xi} = 0$ とおいて式(50)の中に考えて差支えない。あきらかに式(50)は至るところ

$$\boldsymbol{\Phi}_{\lambda \mathrm{i}} = 0 \tag{51}$$

でないと極小にならないが，この条件は，どこにも電流がないという特解の他に，理想化されたマイスナーの状態として，完全な表面電流のマイスナー状態を考えると解になっているのである。

式(50)を根拠にマイスナー状態が古典的に導出されるという単純な考え方は，従来の立場，即ちマイスナー効果は永久電流を維持できる体系の属性ではなく量子効果であるとする人達から熾烈な反論を呼ぶ。その主張は式(50)，(51)は体系の配位空間 (Configu - ration Space) では成立するが，現に図1の状況が存在し，最初C_2 にC_1 よりの磁場$\boldsymbol{H}_{21}$ が完全に滲透しているものとすると，その状態からマイスナー状態，すなわちC_2に表面電流が流れてC_2 の中の磁束を完全に押し出した状態に移行した時，そのU_{m} はむしろ増大するから，上の推論は過っているとするものである。この状況の厳密な解析は既に著者によっても与えられて居り，[6),7)] もしC_1 を理想的な超電導体として考察を単純化すると，C_1 内の磁束$\boldsymbol{\Phi}_1$ は当然維持されるから，その拘束条件のもとでのU_{m} の極小は，磁場ができるだけ一様な状態，すなわちC_2 内の電流が零の，通常金属の状態で得られる。又一方C_1 よりの磁場$\boldsymbol{H}_{21}$（厳密にはC_1 の全電流I_1）を一定とする条件下では，十分に厳密に解析的に，C_2 の中の磁束$\boldsymbol{\Phi}_{21}$ が至るところ零，すなわちマイスナーの状態が，U_{m} の極小であることが導出される。

筆者はこの場合C_2 の$\boldsymbol{H}_{21}$ に対する応答は，その生ずる変化$\delta(\varDelta I_{2\mathrm{i}})$ のC_1 に及ぼす作用の結果発生するC_1 の反作用を，C_2が知ることなく発生し終了してゆくことを主張する。これはある意味で物理の常識である。しかしながら，C_2 内に入った磁場$\boldsymbol{H}_{21}$ を実際にC_2 内に発生した$\delta(\varDelta I_{2\mathrm{i}})$ の積分効果によって押し出してゆくとすると，その際

C_2 内の熱エネルギーの一部（電流の担体を電子とすると電子の運動エネルギーがその主体である。熱輻射エネルギーは量的には遙かに小さい。）が，押し出すことによって増大する磁気エネルギーの供給源として使用されねばならないという熱力学的事実の存在によって，そんなことは熱力学の原理に反するからあり得ないと主張する人達と，その事実の存在自身はむしろ熱力学の原理に沿っているとする筆者との間で，更に一段進んだ段階における論争が展開されることになった。なお他に何等の変化を残さないで熱エネルギーが仕事に変ることは出来ないが，そうでなければ，熱的エネルギーはむしろ仕事に変りたくてウズウズしている場合が多いと言えることは，ピストン中の高圧ガスを考える事により容易に理解されよう。今の場合，磁束の押し出しと永久電流の発生という明瞭な変化が体系にある。従って以上は熱力学の初学者の落入り易い誤解である。不可逆過程としての $\delta(\varDelta I_{2i})$ の発生に必要な熱エネルギーは，反磁性的なサイクロトロン運動を伴う，電子系の Stochastic な熱運動からの他，円偏光した熱輻射電磁波の吸収が，左右両円偏光に対して異なることによっても連続的に与えられると推察できる。結果として筆者は従来の学説には熱力学の原理に関する本質的な誤解があったと結論することになる。

さて以上問題は極めて微妙な電磁熱力学体系の課題であり，既に§２，§３，§４で展開された新らしい磁性物理学の概念を駆使して結着を与えるべき最適の問題の一つと考えられた。証明すべきことは永久電流を維持できる一様な体系，これはマクスウェル的には完全導体と呼ぶ習慣であるが，は必ずマイスナー効果を古典物理学的に示すかどうかということである。現実には永久電流を維持できる体系として超電導体があり，従ってそれが実例になるのであるが，超電導体が完全導体になるのは，BCS 理論により量子物理学的である。従って超電導体を扱ったのでは量子物理学の介入を避けられないから，数学的手段として，実際には実現困難であるが，古来電導電子の反磁性項などの取扱いによく使われている古典電子ガスを対象として以上の課題を考えることとした。古典電子ガスは通常一様な正電荷の海によって代表される容器の中にトラップされている古典電子系で，容器の境界では，正電荷の海の与える電気ポテンシャルの壁によって完全に弾性的に反射されるものと仮定される。外界との熱的相互作用は境界面附近における外界，例えば気体分子の衝突による熱擾乱と，今一つ外界より内部まで滲透すると考えられる熱輻射電磁波との相互作用の二種であると考えられるが，単純化のため後者

だけとする。なお電子ガスの温度は高温側には限界はないが，低温側では平均電子間距離の関数である一定温度以下にすることは出来ない。それはその温度以下では，相互作用により固体的に振舞うことになるからである。われわれの取扱いは静電相互作用の巨視的揺動を無視するので，上記一定温度の直上附近を仮定していることになる。

この課題は固体物理学の典型的な極限状態を取扱うことになる。何故なら電子ガスといった単純性と共に，すべてが電磁気学的であり，生じた変化の情報は光速度 c で他に伝わってゆく。又摩擦のような損失項は存在しないから，全系のエネルギーは極めて厳密にマクスウェルの方程式および，マクスウェル－ローレンツの方程式の予測に従うのである。従ってその解決は電磁熱力学の微妙な最深部に働く原理を明らかにすることによって始めて可能になることが，次第に明らかになってゆくのである。こうして，努力の目標は当面熱力学に移ることになり，そこに遷移エネルギーの原理 (Transient Energy Principle) と名づける熱力学の新原理がどうしても存在しなければならず，又その原理をわれわれの課題に適用するとその解が見事に解析的に得られるということになるのである。なおマイスナー効果を特徴づけるロンドンの滲透深度定数 Λ にはプランク定数 $\hbar$ が関係しない。この事実は式(38)－(41)の一般論に従って，Λ が式(41)を必要としないで導出されることを示し，古典的現象に伴う定数であると推定させる。*)

筆者の側から言えば以上の通りであるが，この課題には所謂 van Leeuwen の定理として，ある理論統計力学の一派の人達からは金科玉条のように思われている理論体系があり，[44),45),46)] その理論によれば古典電子ガスは一切磁化しないとされてきたから，この学説を信奉して来た人達から激烈な反対を受けることになった。van Leeuwenの基礎にした体系のエネルギーを示すと信じられたハミルトニアンは体系の磁気エネルギーを含まないものであり，磁気エネルギーが重要である磁性の熱力学の基礎にならないものであるが，統計力学の体系には体系の運動方程式(46)であらわされると共に，体系の有効エネルギーを示すハミルトニアン $H(q, p)$ が存在するものと考えられていて，量子統計では

$$\mathrm{Trace}\ \exp(-H/kT) \qquad (52)$$

---

*) この論旨は東北大理学部佐藤武郎氏によるものである。

が，分配関数を示すといった一連の美しい数学体系があり，磁場中の電子ガスも，$\boldsymbol{H}_{ext}$を単なるパラメターとして，その体系内に入るべきであるとする強い執着が存在したのである。筆者の結論は以上の考え方は，1）長距離相互作用のないとき，2）長距離相互作用があっても重力場の場合や，電場中の電気二重極，磁場中の磁気能率（ゼーマン・エネルギー，§５参照）のように実効ハミルトニアンが，適切に造れるとき，の二つの場合に対しては正しいが，不幸にして磁場中の電導電子の示す反磁性に関してはそうならないという事である。磁場中の電子ガスの運動を第一近似で記述し，印加磁場$\boldsymbol{H}_1$を単にパラメターとして含む，式(46)形式のハミルトニアン$H(p, q)$は，外部磁場の源との相互作用項を，源が十分大きいとして省略する計算の際に現れる簡単な数学的理由[8]によって磁気エネルギー項が脱落し，従って熱力学上の実効ハミルトニアンの役割りを果し得なくなるのである。この場合式(46)は近似的に成立し，従ってその$H(p, q)$は運動の近似的恒量であるが，この恒量性は運動学的近似的恒量性であって，熱擾乱に対しその安定性を保証できる熱統計力学的恒量性ではない。磁場が印加されている以上，磁場の源であるC_1とは磁気的に一体となって居り，磁気エネルギーを含めた全体系のエネルギーを一定に指定することは熱力学的に意義を持つが，$H(p, q)$を一定としてその配位空間内に限定して統計平均を取ることに熱力学的意義を見出す事はできないのである。

又一方において磁場中の古典電子ガスは，バケツの水が静止するのと同一の理由で，磁場中でも電流を持つ筈がないという強い主張がある。その根拠の一つとして磁場中で各電子が独立にサイクロトロン運動をしている Van Vleck の本の図[45),46)]が脳裏にあり，内部の多数の電子のサイクロトロン運動による尨大な反磁性磁化は，境界附近を境界との衝突を繰り返しながら常磁性的に熱運動の速度で回転する常磁性境界電子群によって完全に相殺され，その結果は van Leeuwen の定理と見事に合致するという考え方である。

筆者の指摘は先づ第一に各電子は静電的に相互作用してストカスティックな運動を行い，完全なサイクロトロン運動も，又境界を高速で常磁性的に廻る電子も存在しないことである。 Van Vleck の図は電子間の相互作用を無視した時可能な一つの運動学的状態ではあるが，熱統計力学の結果ではない。とくに後程説明するように van Leeuwen の定理が誤りであるとした時，サイクロトロン運動の軌跡を常に描こうとする電子群の

運動の熱統計平均が，たまたま磁化$\boldsymbol{M}=0$を結果する理由は消滅するのである。（§12参照）

§9. 磁場の関係した電子ガスの新らしい取扱い方

さて今から，図1のC_1+C_2の体系を考えよう。考察をできるだけ単純化するため，C_1とC_2の何れも古典的な電子ガスであると仮定する。解析したい課題はC_1から一定磁場$\boldsymbol{H}_{21}$（C_1によるC_2での磁場）がC_2に印加されたとき，C_2中に電流$\boldsymbol{j}_2(\boldsymbol{r})$が如何に分布するかということである。場合により，$C_1+C_2$の体系が完全に中心軸の廻りに回転対称性を持つとしても，それにより今考察している課題の結果に影響しないことは認められよう。こうするとC_1およびC_2の電子群に回転の角運動量を与えることができて，運動学的な定常状態として$\boldsymbol{j}_1(\boldsymbol{r})\neq 0$，$\boldsymbol{j}_2(\boldsymbol{r})\neq 0$，$\boldsymbol{H}_{21}(\boldsymbol{r})=0$の状態の存在が自明となる。角運動量保存則により，この状態は運動学的には安定であり，その変化は熱輻射との相互作用によって熱統計力学的に発生できるだけであることを注意する。

さてわれわれは既存の考え方に修正を加えようとしているから，当初出来るだけ厳密な仮定より出発することとし，C_1+C_2が，多くの電子と原子核群q_iよりなり任意の運動を行っているものとする。又C_1+C_2の全体は大きい完全反射壁S_3で囲まれ，その全エネルギーは不変とする。今系が準安定にあるとすると，簡単な計算で，系の中の自由電磁波としての熱エネルギーは$1:(\lesssim 10^{-22})$といった小ささになるから，先づ無視する。そうすると系の電磁エネルギー$U_{\mathrm{e.m.}}$は

$$U_{\mathrm{e.m.}}=\iiint_\infty \frac{\boldsymbol{e}^2+\boldsymbol{h}^2}{2}\,dV=\iiint_\infty \frac{(\sum_i \boldsymbol{e}_i)^2+(\sum_i \boldsymbol{h}_i)^2}{2}\,dV$$

$$=\sum_i \iiint_\infty \frac{\boldsymbol{e}_i^2+\boldsymbol{h}_i^2}{2}\,dV+\sum_{i\neq j}\iiint \frac{1}{2}(\boldsymbol{e}_i\cdot\boldsymbol{e}_j+\boldsymbol{h}_i\cdot\boldsymbol{h}_j)\,dV \tag{53}$$

となる。[11)] $\{\boldsymbol{e}_i,\boldsymbol{h}_i\}$は電荷$q_i$に帰因する電磁場であり，第一項の主要部は自己エネルギーと融合する。[1),8)]

従来使われた方法は，$\{\boldsymbol{e}_i,\boldsymbol{h}_i\}$をcanonical variableで展開し，その展開係数を，点電荷q_iが各$\boldsymbol{r}_i$に存在し，且つその速度や加速度$\boldsymbol{v}_i$，$\dot{\boldsymbol{v}}_i$が，考えているcanonical variableの値や，その時間変化とconsistentになるように定めるというものであった。[43),47),48)] この場合数学の必然として自己エネルギーの無限大が現れ，renormalizationの複雑性が

附随する。又その normal mode は巨大な S_3 の中で一斉に同時に励起されるモードであって，数学的所産でありわれわれの場合実在するモードにならないと結論できる。現代物理学はその最も深遠なところに本質的な不確定性，偶発性が存在するものと信じられて居り，[42),49)] 従って，C_2 内部に帰因する状態変化，例えば $\delta \boldsymbol{j}_2(\boldsymbol{r})$ が，遠い C_1 とは独立に発生し，その変化の情報は光速度 c でしか C_1 まで到達しないと考えられる。上記の解析はこうした自然界の本質と矛盾する。(初期条件によりすべて決定する決定論の立場で遅延ポテンシャルも表現可能ではあるが) 筆者は従って従来の近似方法は，現在の問題，即ち磁気エネルギーといった超低エネルギー項の問題で，且つ巨視的には低周波の変化を問題にする場合不適当であって，荷電粒子 q_i にはそれに不可分的に附随する電磁場 $\{ \boldsymbol{e}_i , \boldsymbol{h}_i \}$ があり，その持つ電磁エネルギー (式(53) の第一項の主要部) と荷電粒子の運動エネルギーとは区別できないとする新らしい近似方法を提案する。もしスピンのない*) 電荷 q_i が等速運動 $\boldsymbol{v}_i$ を行っていると，その造る電磁ポテンシャルは厳密に ($\wedge$ は単位ベクトルを示す記号とする。)

$$\{ \boldsymbol{a}_i(\boldsymbol{r}_\alpha),\ \underline{i}\,\phi_i(\boldsymbol{r}_\alpha)\} = \left\{ \frac{q_i\,\boldsymbol{v}_i}{4\pi r_{\alpha i}\, c\,\sqrt{1-(\boldsymbol{v}_i \times \hat{\boldsymbol{r}}_{\alpha i})^2/c^2}} \right.$$

$$\left. \underline{i}\,\frac{q_i}{4\pi r_{\alpha i}\sqrt{1-(\boldsymbol{v}_i\times\hat{\boldsymbol{r}}_{\alpha i})^2/c^2}} \right\} \tag{54}$$

であって，[50),5),8)] 勿論遅延ポテンシャルと予進ポテンシャルは一致する。もし加速度 $\dot{\boldsymbol{v}}_i$ が存在すると，十分遠方と，$(\mathrm{v}_i/\mathrm{c})^3 \sim 10^{-(9\sim15)}$ を無視するといった高い近似で

$$\{ \boldsymbol{a}_i(\boldsymbol{r}_\alpha),\ \underline{i}\,\phi_i(\boldsymbol{r}_\alpha)\}$$

$$= \left\{ \frac{q_i\,\boldsymbol{v}_i}{4\pi r_{\alpha i}\,c},\ \ \underline{i}\,\frac{q_i}{4\pi r_{\alpha i}}\left[1 + \frac{(\boldsymbol{v}_i\times\hat{\boldsymbol{r}}_{\alpha i})^2 - \dot{\boldsymbol{v}}_i\cdot\boldsymbol{r}_{\alpha i}}{2c^2} \right] \right\} \tag{55}$$

と現され，この範囲でも遅延ポテンシャルと予進ポテンシャルは一致する。**) 他の多くの場合と同様クーロンゲージの表現は今の場合にも便利であって，同一の近似で

---

*) 本節の取扱いにはスピンは重要でないから。

**) この附近の理解にも物性方面の従来の常識には曖昧なものがあったと筆者は考える。勿論本稿の記述のためには彪大な基礎的準備が必要であり，それらを「新電磁気学 part Ⅱ」として英文で出版したいと希望しているが，時間の関係で延引しそうである。

$$\{\boldsymbol{a}_i^c(\boldsymbol{r}_\alpha),\ \underline{i}\,\phi_i^c(\boldsymbol{r}_\alpha)\}=\left\{\ \frac{q_i\,\boldsymbol{v}_i}{4\pi r_{\alpha i}\,c}+\frac{q_i\,\hat{\boldsymbol{r}}_{\alpha i}\times(\hat{\boldsymbol{r}}_{\alpha i}\times\boldsymbol{v}_i)}{8\pi r_{\alpha i}\,c}\ ,\ \underline{i}\,\frac{q_i}{4\pi r_{\alpha i}}\ \right\} \tag{56}$$

と表現され,[51),8),9)] 式(55) の問題点，即ち $r_{\alpha i}\to\infty$ で最終項が有限になる矛盾が，$\dot{\boldsymbol{v}}_i$ と共に消失している。式(56) は更に $\boldsymbol{a}_i^c$ の第一項が等速運動の式(54) の第一項と一致し，且つ第二項が，もし多くの q_i が結果として閉電流回路を形成して定常な $\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r})$ を与えると平均効果として遠方では零になるという性質を持っているから，定常な電流系の電磁ポテンシャルとして遠近に関らず高精度の表示になっている。従ってわれわれは式(56) を定常状態の系のエネルギーを計算する基礎に取る。勿論，遠方で遅延ポテンシャルと予進ポテンシャルが一致しない場合式(56) は適用できないが，一般に多数の電荷 q_i が，各々 random な運動をしている場合には，その平均効果は遠方では相殺されて零になるのが通常である。特に上の近似の外になるものとして考えねばならないのは，熱輻射として知られる微少な電磁揺動と，微視的な q_i の多数個が，ある程度集まって協力的に coherent な運動を発生させた場合に出現する遠方の $\{\sum_i \boldsymbol{e}_i,\ \sum_i \boldsymbol{h}_i\}$ である。熱輻射は無視するとして後者の場合 $\sum_i \boldsymbol{e}_i$，$\sum_i \boldsymbol{h}_i$ は Maxwell の巨視的電磁場の変化 $\{\delta\boldsymbol{E},\ \delta\boldsymbol{H}\}$ として現れるであろうから，われわれは定常状態ではこれが存在しないと考え，定常状態からの遷移，即ち非定常状態が関係した時に，とくに附加される電磁場としてこれを考えてゆく立場を取ることにする。こうして式(53)，(56) から準安定状態の体系の全エネルギー U として，

$$U=\sum_i\frac{m_i\,c^2}{\sqrt{1-(v_i/c)^2}}+\sum_{i>j}\frac{q_i\,q_j}{4\pi r_{ij}}+\sum_{i>j}\frac{q_i\,q_j\,\boldsymbol{v}_i\cdot\boldsymbol{v}_j}{4\pi r_{ij}\,c^2}+\sum_{i>j}\frac{q_i\,q_j(\boldsymbol{v}_i\times\hat{\boldsymbol{r}}_{ij})\cdot(\boldsymbol{v}_j\times\hat{\boldsymbol{r}}_{ij})}{8\pi r_{ij}\,c^2} \tag{57}$$

が，計算され結論される。

さて古典電子ガスの近似を適用する。正電荷はまづ剛体格子と考え，更に一様な正電荷の海が C_1，C_2 の形で存在すると近似する。その造る電気ポテンシャルを $\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{r})$ とすると，式(57) の主要項，U_{eff} は

$$U_{\mathrm{eff}}=\sum_i\frac{m}{2}v_i^2+\frac{1}{2}\sum_i\left\{-e\left[\sum_{j\neq i}\frac{-e}{4\pi r_{ij}}+\boldsymbol{\Phi}^+(\boldsymbol{r}_i)\right]\right\}$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{i}\left\{-\frac{e\boldsymbol{v}_i}{c}\cdot\left[\sum_{j\neq i}\frac{-e\boldsymbol{v}_j}{4\pi r_{ij}}\right]\right\}$$

$$=\sum_i\frac{m}{2}\left[\boldsymbol{v}_i-\boldsymbol{v}_D(\boldsymbol{r}_i)\right]^2+\sum_i\frac{m}{2}\left[\boldsymbol{v}_D(\boldsymbol{r}_i)\right]^2+\frac{1}{2}\sum_i\left\{-\frac{e\boldsymbol{v}_i}{c}\cdot\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}_i)\right\} \tag{58}$$

$$\boldsymbol{v}_D(\boldsymbol{r}_i)=\sum_{i\ in\ \Delta V}\boldsymbol{v}_i\Big/\sum_{i\ in\ \Delta V}1 \tag{59}$$

となる[8),9)]。ここに i は電子のみの指標である。ここで電子同志のクーロン相互作用は，十分強く常に考えている温度での熱運動に対応する最低エネルギー状態にあり，且つ Drift Velocity $\boldsymbol{v}_D$ に無関係として除外し，又ベクトル・ポテンシャル $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r})$ は，巨視的なもの以外は小さく，且つエネルギーとして一定項を与えるとして除外されている。更に平均電子密度 $n(\boldsymbol{r})$ を導入して，式(58)から

$$U_{\mathrm{eff}}=\sum_i\frac{m}{2}\left[\boldsymbol{v}_i-\boldsymbol{v}_D(\boldsymbol{r}_i)\right]^2+\iiint_{V_1+V_2}\frac{n(\boldsymbol{r})\,m}{2}\left[\boldsymbol{v}_D(\boldsymbol{r})\right]^2dV$$

$$+\iiint_{V_1+V_2}\frac{\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r})}{2c}\cdot\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r})\,dV$$

$$=\iiint_{V_1+V_2}\frac{nm}{2}\overline{(\boldsymbol{v}_i-\boldsymbol{v}_D)^2}\,dV+\iiint_{V_1+V_2}\left[\frac{m}{2ne^2}\boldsymbol{j}^2+\frac{1}{2c}\boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{A}\right]dV$$

$$=U_{kT}+U_{kD}+U_m \tag{60}$$

が得られる。ここに V_1，V_2 は C_1，C_2 の体積で，

$$\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r})=-n(\boldsymbol{r})\,e\,\boldsymbol{v}_D(\boldsymbol{r}) \tag{61}$$

はその電流密度である。式(60)の第1，第2，第3項はそれぞれ，電子系の熱運動の，集団運動の，及び磁気的なエネルギーを示す。

ここで一つの疑問が提起される。一つは $n(\boldsymbol{r})$ は果して，$\boldsymbol{r}$ の関数かということである。今一つは $\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r})$ が，磁場 $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})$ の中に存在すると Lorentz 力（$\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r})/c$）$\times\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})$ を受けることになるが，その事はどう考えるかということである。結論は $n(\boldsymbol{r})$ は極めて厳密に一定であるが，ほんの少しだけ，（例えば1に対し $10^{-(14\sim18)}$ といった程度）変化があり，その結果誘起された電場 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ があってローレンツの合力 $\boldsymbol{F}$ が

$$\boldsymbol{F}= [-n(\boldsymbol{r})\,e]\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})+ [-n(\boldsymbol{r})\,e\boldsymbol{v}_D/c] \times\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})= 0 \tag{62}$$

となって，極めて厳密に相殺されているということである。[8] 従って任意の $\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r})$ が，任意の $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})$ の中で，少くとも式(62)を満足させて存在が可能であり，例えばマイスナー状態では，表面層に電子の欠除部分，その内部に電子の過剰部分があると推定されるが，勿論実験に掛る桁ではない。又以上の考察の結果として，古典クーロン・ガス中の非定常な電流 $\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r},t)$ は

$$\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r},t)= \boldsymbol{j}^P(\boldsymbol{r},t)+ \boldsymbol{j}^C(\boldsymbol{r},t) \tag{63}$$

に分離され，$\boldsymbol{j}^P(\boldsymbol{r},t)$ は上記の $n(\boldsymbol{r})$ の変動に寄与する分極電流で $\nabla\times\boldsymbol{j}^P=0$，$\boldsymbol{j}^C$ は閉電流回路を形成するもので，$\nabla\cdot\boldsymbol{j}^C=0$ であると結論できる。*) $\boldsymbol{j}^P$ は $\boldsymbol{j}^C$ に比し無視され，従ってわれわれの考察の範囲内で，非定常な場合でも

$$\nabla\cdot\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r},t)=-\frac{\partial\rho(\boldsymbol{r},t)}{\partial t}=0 \tag{64}$$

が厳密に成り立つと仮定することが出来る。なお式(60)，(64)は超電導体の理論で一般に認められて居るものであって，de Gennesの仮定したものと等しい。[52]

van Leeuwen が，磁場中の古典電子ガスは磁化しないとした時に使用したハミルトニアンは，出来るだけ拡張解釈したとしても

$$H= \sum_{i\ in\,C_2}\frac{1}{2m}\left[\boldsymbol{p}_i-q_i\frac{\{\boldsymbol{A}_{ext}(\boldsymbol{r}_i)+\boldsymbol{A}_{int}(\boldsymbol{r}_i)\}}{c}\right]^2$$

$$+\sum_{i\ in\,C_2}q_i\left\{\boldsymbol{\Phi}_{ext}(\boldsymbol{r}_i)+\frac{\boldsymbol{\Phi}_{int}(\boldsymbol{r}_i)}{2}\right\} \tag{65}$$

であって，ext は C_1 によるもの，int は C_2 自身で造られたものである。式(46)と比較すると，式(65)の第二項は電子が C_2 から出られない拘束を与えるだけのものとして無視され，

$$H= \sum_{i\ in\,C_2}\frac{1}{2m}\left[\boldsymbol{p}_i-q_i\frac{\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}_i)}{c}\right]^2=\sum_i\frac{m}{2}\boldsymbol{v}_i^2 \tag{66}$$

---

*) この分離はローレンツ変換に不変ではない。

となる。従って U_m が全く含まれていないことは明らかである。とくに canonical va - riable で電磁場を表現し，C_1+C_2 の全体系のハミルトニアンを構成すると，たとえばクーロン・ゲージで，

$$H=\sum_i \frac{1}{2m_i}\left[\boldsymbol{p}_i'-q_i\sum_\lambda q_\lambda' \boldsymbol{A}_\lambda^c(\boldsymbol{r}_i)\right]^2 + \sum_{i,j}\frac{q_i q_j}{8\pi r_{ij}} + \sum_\lambda \frac{1}{2}(p_\lambda'^2 + c^2 k_\lambda^2 q_\lambda'^2) \tag{67}$$

となるが,[43),48)] この式で $\left[\boldsymbol{p}_i'-q_i\sum_\lambda q_\lambda' \boldsymbol{A}_\lambda^c(\boldsymbol{r}_i)\right]/m_i=\boldsymbol{v}_i$ は必要条件で，磁場のエネルギーは第一項に関係なく第三項（一部は第二項と相関）の中にある。従って式(67)の第一項のうち，C_2 内の q_i のみによる式(65)が，磁場のエネルギーを含まないことに疑問の余地はない。従って式(65)に対し熱統計式(52)を適用することは磁気エネルギーの処置に関して正当化の十分な理由が示されない限り承認され得ない。式(65)，(66)の $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}_i)$ として $\boldsymbol{A}_{int}(\boldsymbol{r}_i)$ を無視し，式(46)を造ると，H は運動の恒量になる。しかしながらこの恒量性はブランコの振動状態のような力学的恒量で熱力学的恒量ではない。ブランコは摩擦により運動エネルギーを失い，平衡状態として静止に近いものになるが，同様にこの体系も磁場の源との相互作用で，磁束を追い出し，$\boldsymbol{A}_{int}(\boldsymbol{r}_i)$を発生し，マイスナー状態に落ち着く可能性を上の論理体系だけでは否定できないのである。又式(67)を根拠に式(52)を使うことは出来ない。それは式(67)には定常な磁場を表現するのに数学的問題がある上に，一定の磁場が C_2 に C_1 から供給されているという拘束条件下で，C_2 の熱平衡解を式(67)を根拠として導出する方法は，未だかつて与えられたことがないからである。古典電子ガスがマイスナー効果を示すか否かという問題は，磁場$\boldsymbol{H}$という長距離相互作用が関係し，集団電子という微視的局所的に至るところ変化を起し得る可能性のある体系が対象であり，更にその結果として，その体系が巨視的に非一様な最終状態を形成する可能性があるという意味で，従来のハミルトニアン重視の熱統計力学の手法が，過った結論に導く可能性のある典型的な例題であり，物理学の基本的枠組に従い，先づ局所的にその状態の変化する方向が決定し，その結果が媒達論的に光速度もしくはそれ以下のスピードで周囲に及んでゆくことを正当に熱統計力学に取り入れて始めてその解が得られると主張する。従って局所的に内容が定義される熱力学の不可逆過程の基本原理を明らかにすることが不可欠の条件になると結論されたのである。

§ 1 0. 熱力学の新原理，遷移エネルギー原理の導出

さて§ 9 の解析に従って，われわれは C_2 に $\boldsymbol{j}_2(\boldsymbol{r})$の巨視的電流存在の可能性を認めた訳である。勿論 $\boldsymbol{j}_2(\boldsymbol{r})= 0$ の電磁力学的な解が初期状態であることも含める。さて，今 $\boldsymbol{j}_2(\boldsymbol{r})$ の解の状態にあったとして，もしそれが熱平衡状態に対応する $\boldsymbol{j}_2^e(\boldsymbol{r})$ でないならば，それは体系の本質的な揺動性[49),37)]と，熱的揺動の二つの原因によって不可逆的な $\delta\,\boldsymbol{j}_2(\boldsymbol{r})$ を発生する筈である。われわれの体系は電流 $\boldsymbol{j}_2(\boldsymbol{r})$ といういわば C_2 中の全体積至るところに熱力学変数があり，その変数はマクスウェルの $\boldsymbol{j}_2(\boldsymbol{r})$ を定義する際に使われる平均化体積 ΔV (式(29)の辺参照) を小さくすると連続的にマクスウェル－ローレンツの $\rho\boldsymbol{v}$ (式(20)) まで移行するという特殊構造を持っている。従って問題とする変分 $\delta\,\boldsymbol{j}_2(\boldsymbol{r})$ はまさにその境界域に存在する微少な大きさであり，瞬間的に発生するものであって，§ 5， 6， 7， 8 で説明したように， $\delta\,\boldsymbol{j}_2(\boldsymbol{r})$ 発生の瞬間には，その情報は C_1 は勿論のこと， C_2 の他の部分にも到達していないと前提される。しかしその信号は当然電磁場の変化として遅延ポテンシャルの形で，或る時間後 C_1 に到達するのであって，熱揺動でない $\delta\,\boldsymbol{j}_2(\boldsymbol{r})$ であれば，それは不可逆でなければならない。 C_1 の C_2 に対する相対位置の遠近が， C_2 の平衡状態を質的に左右する筈はないから， $\delta\,\boldsymbol{j}_2(\boldsymbol{r})$ が発生した瞬間に，既にその変化が不可逆過程か否かが，決定されていなければならないと考えられる。その判定条件は如何かという事である。簡単な電磁熱力学の考察により， $\delta\,\boldsymbol{j}_2(\boldsymbol{r})$ 発生の瞬間には，附近の電子群のマクスウェル－ローレンツ像による力学的運動エネルギーや，熱輻射電磁エネルギーと，マクスウェルの巨視的電磁エネルギーとの間にエネルギーの移動があり，当然系のエントロピーの変化が関与して来る。従って最も厳重な熱力学関係式の導出とその理解なしにはこの criterion は出来ないことが，次第に明瞭となり，努力はその点に集中された。

さて熱力学の第二法則はエントロピー増大の法則であって，孤立系では不可逆過程はそのエントロピー S を増大させる方向に進行する事を述べる。[53)] すなわち

$$\delta U = 0 \quad , \qquad \delta S > 0 \tag{68}$$

一方古典力学の法則は，今静止した準静状態があったとした時，準静状態としての系のエネルギー， U^c の変分が，もしある変化の方向に対して負になるなら，その方向に変化が起り余分になったエネルギー ($-\delta U^c$) は巨視的な運動のエネルギーや，発射され

た電磁波のエネルギーなどに変換する。即ち変化は少くとも

$$-\delta U^{c} > 0 \tag{69}$$

の方向に起る。c は configuration space（配位空間）の意である。さて式(68)の内容は，熱力学の配位空間では

$$\delta U^{c} = 0 \quad , \quad \delta S^{c} > 0 \tag{70}$$

と表現できる。配位空間では，孤立系のエントロピー S^{c} が，その全体のエネルギーU^{c} と，内部パラメター X_1，X_2，…，X_i，…，X_N の関数として与えられる。熱力学では常に何等かの熱平衡を考えないと定量的解析が出来ないが，配位空間では，U^{c} を given として，X_1，X_2，…，X_i，…，X_N を人工的に固定した時の熱平衡の S^{c} が表示されている訳である。すなわち

$$S^{c} = \Psi(U^{c}, X_i) \tag{71}$$

である。そうすると，熱力学の一般論により

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial U^{c}}\right)_{X_i} = \frac{1}{T} \tag{72}$$

であって，図２のように，もし内部パラメターX_i が一つであった場合は，滑らかな楕円体の一部のような形になり，[53]その曲面と，$X_i = \mathrm{const}$ との交線の切線の勾配は常に $1/T$ であって，その曲面の自由度は非常に小さいものである。X_i の抱束を外して自由とすると，図２のの稜線に当る曲面上の実線が熱平衡状態の軌跡を示すことになる。式(70) の意味するところは，もし系が準静的に変化したとすると，図２の曲線を U^{c} = 一定面で切った拋物線状の曲線上を動くことを意味している。その極大点 P_0 はもちろん平衡点である。ところで式(70)から直ちに P_0 では

$$\delta S^{c} = 0 \text{ 面内で,} \quad \delta U^{c} > 0 \tag{73}$$

がでる。即ち平衡点 P_0 は S^{c} =一定面で切った時，拋物線状の曲線の極小点になっている。この関係は式(69)の古典力学の関係と同等である。すなわち巨視的な古典力学では準静状態のエネルギー U^{c} の減少する方向に変化が起るが，この際系のエントロピーは

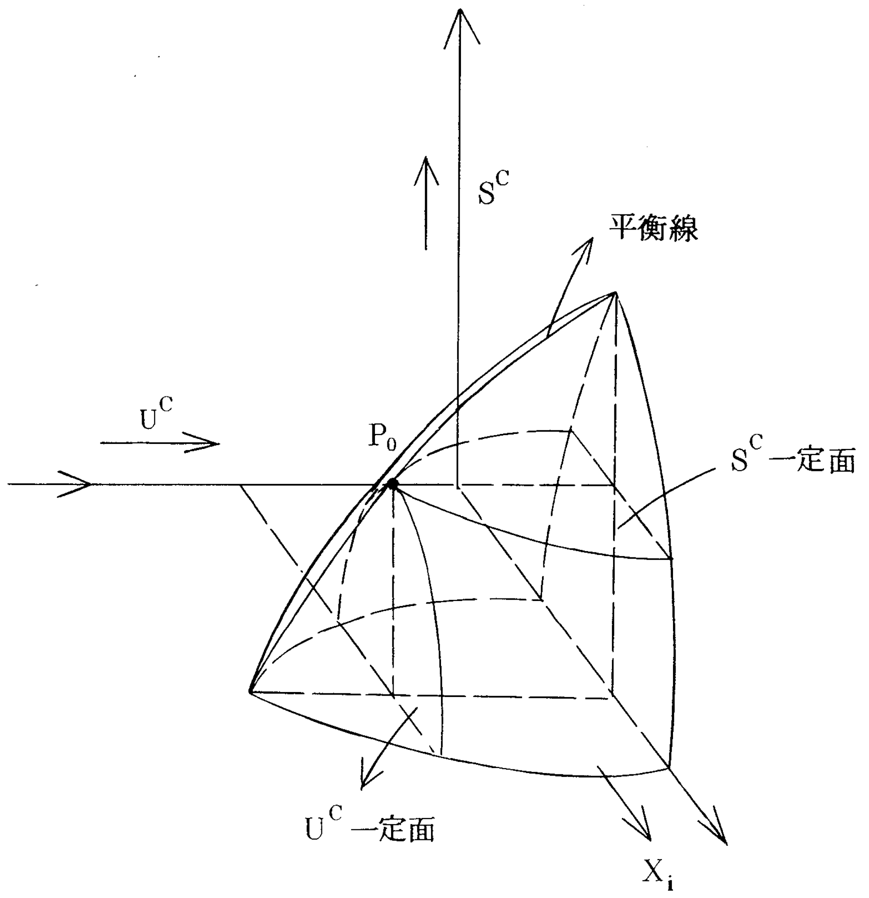


図 2　　熱力学の配位空間の曲面

不変であると理想化出来ることは確かであって，式(73)より予想される熱力学の不可逆過程の関係式と同等と考えられる。そして熱力学と力学の Interface がここにあるものと言える。[53] さて熱力学は何等かの意味で平衡を仮定しないと式が厳密には立てられない。ところが力学ではそれは不要である。今力学で，ある動的な過程が発生したとき，その中で準静的な熱力学の配位空間で現せないエネルギー，例えば巨視的な運動のエネルギー，進行する電磁場のエネルギーなどを Transient Energy（遷移エネルギー）[TE] と名付ける。そうすると式(69)の関係は

$$[\mathrm{TE}] = (-\delta U^{c}) > 0 \tag{74}$$

の方向に変化が起るということである。力学で変化が起ることと，変化のすべてが不可逆

過程であることとは異なる。ブランコの場合のように殆んど可逆的な変化もあるが，完全に可逆的ではなく，必ず不可逆部分が含まれる点が重要である。

このようにしてわれわれは物理過程の発生を熱力学の不可逆過程の立場より眺めて，二つの法則 式(70)と(74)の存在を知った。問題はこの二つが競合したときどうなるであろうかということである。得られた結論は，〝孤立系において，不可逆過程を含む物理過程の発生は，

$$[\,\mathrm{TE}\,] + T\delta S > 0 \tag{75}$$

であることを「必要条件」とする〃ということである。[8),9)]

この原理が式(70)，(74)の原理を含むことは明らかであろう。その証明は幾通りもあるが，三つだけ述べる。証明は数学的に完壁である必要はない。それは原理は発見されるものであって導出されるべきものでないからである。一つは巨視的な力学系に対するものであって，$[\,\mathrm{TE}\,] = (-\delta U^c) > 0$ が発生したとしよう。又その際同時にエントロピーの変化 δS が伴ったとする。[*)] 今 $[\,\mathrm{TE}\,]$ のエネルギーが，その後何等かの形で系の中に所を得て準静的になったとすると，その際増大するエントロピー δS^* は

$$\delta S^* \leq \frac{[\,\mathrm{TE}\,]}{T} \tag{76}$$

の筈である。上述したようにこの過程の一部に必ず不可逆過程が存在するから，総計して第二法則式(70)から

$$0 < \delta S^c = \delta S + \delta S^* \leq \frac{1}{T}\left(T\delta S + [\,\mathrm{TE}\,]\right) \tag{77}$$

が得られる。即ち式(75)が導出される。

次にヘルムホルツの自由エネルギー減少の原理は，系が温度 T^r の熱源と接触しているとき，

$$-\delta U^c + T^r\delta S > 0 \tag{78}$$

が，その過程が不可逆的に進行するための必要条件であると述べる。式(75)の場合変分

---

*) 準安定状態より，熱励起によって過程が始まった場合など $\delta S < 0$ もあり得よう。

は微少量であって，その結果発生する温度変化の効果は式(75)で二次の微少量となって無視できる。そう考えると式(75)と式(78)は同形である。式(78)では熱源と体系の間に熱エネルギーの移動が行われて準静的に過程が進行し，一方式(75)では体系の中に[TE]が別に存在するが，熱力学の配位空間でみる限り，生じた物理過程に伴う $\{\delta X_i\}$ の方向を規定する条件は全く同一である。なお体系の温度，従って U^c の値は，温度が無限小づつ異なった無限箇の熱源を用意することによって，任意に準可逆的 *) に変えられることを注意する。ブランコの例のように［TE］がその後誘起する作用の結果として，最初発生した $\{\delta X_i\}$ の一部は可逆的であり，回復する可能性もあるが，不可逆過程を必ず含めて発生する物理過程の進行方向を規定する必要条件として見る限り，二つの式は等価である。

最後に解析的な証明を与える。式(71)から，

$$\delta S^c \fallingdotseq \left(\frac{\partial \Psi}{\partial U^c}\right)\delta U^c + \sum_i \left(\frac{\partial \Psi}{\partial X_i}\right)\delta X_i \tag{79}$$

である。したがって式(70)の関係は

$$\delta S^c = \sum_i \left(\frac{\partial \Psi}{\partial X_i}\right)\delta X_i > 0 \tag{80}$$

が，$\delta U^c = 0$ の場合の不可逆過程進行の必要条件であることを意味し，$\{\delta X_i\}$ の方向を規定する。今 $\delta U^c \neq 0$ とすると，式(79)から全く同一の $\{\delta X_i\}$ に対して

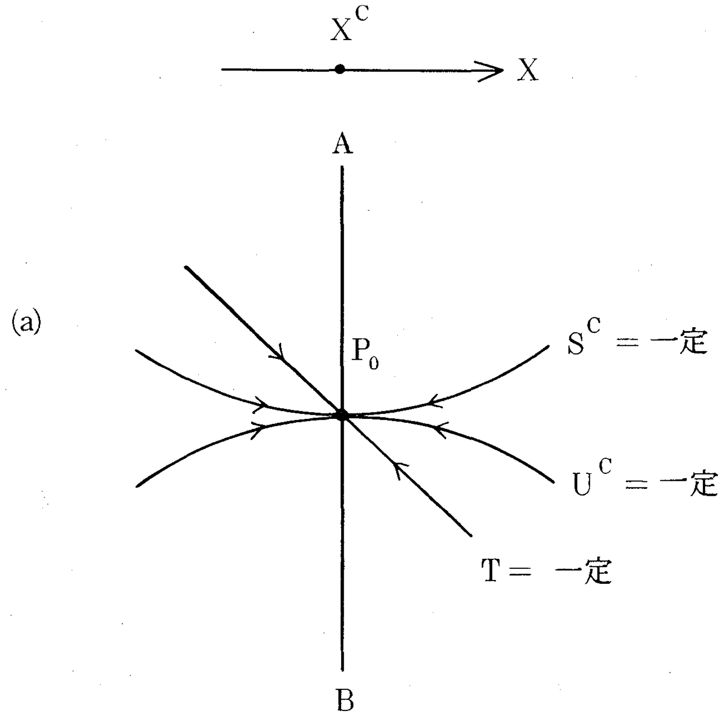
$$\sum_i \left(\frac{\partial \Psi}{\partial X_i}\right)\delta X_i = \left(\frac{\partial \Psi}{\partial U^c}\right)(-\delta U^c + T\delta S^c) > 0 \tag{81}$$

という結果が得られる。体系が無限に平衡に近接していない限り，$\{\delta X_i\}$ の指向する $\{X_i\}$ の平衡値 $\{X_i^e\}$ は十分小さい δU^c に対して殆んど変らないと見なすことが出来るから，式(81)から式(75)が，その物理過程が不可逆過程を含めて発生できるための「必要条件」であると結論できる。

こうして式(75)を，その物理過程が不可逆過程を含めて発生できるための「必要条件」とする熱力学の新原理，Transient Energy Principle（遷移エネルギーの原理）が提起

*) 正確にはその際の熱源を含む全系のエントロピー変化を無限小にして。

される。必要条件は熱力学では決して弱い条件ではない。具体的な問題ではその物理過程の機構が判っているから，二者択一の問題となり，答は一義的で，必要且つ十分な条件に直結する。図3に図2の P_0 附近の曲面の展開図を示す。ABは稜線である平衡点の軌跡で，



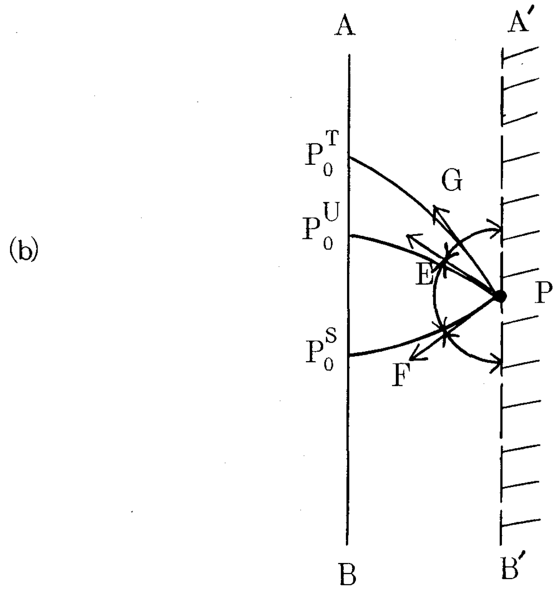


図3　　図2の熱力学的な曲面を平衡点 P_0 の附近で展開した図

図(a)では，その一平衡点 P_0 附近の U^c 一定，S^c 一定の曲線が示される。温度T一定の軌跡は，色々な位置に可能であろうが，その一例を示す。図(b)は図(a)の右側の非平衡点Pから出発するとした時の不可逆過程の方向を示す。$\overrightarrow{PF}$，$\overrightarrow{PE}$，$\overrightarrow{PG}$ はそれぞれ S^c 一定，U^c 一定，T一定の方向であり，P_0^S，P_0^U，P_0^T はその条件下の平衡位置である。式(70)，式(73)はそれぞれ $\overrightarrow{PE}$，$\overrightarrow{PF}$ の方向が不可逆過程であることを示す。従って角FPE 内の方向はその重畳で現されて不可逆であると結論できる。式(78)は $A'PB'$ の左側に進行する条件になっている。従って等温過程としてXが平衡値 X^e に近接することは不可逆過程になる。その具体的な方向は体系によるわけで，今 $\overrightarrow{PG}$ として示したのは吸熱過程である。TE 原理式(75)は，熱浴との接触如何に拘らず，不可逆過程であるためには $A'PB'$ の左側に進行することが必要であると規定しているのである。式(78)の後で述べたように無限箇の熱源を用意してそれを体系に加えると，U^c，S^c，$\boldsymbol{T}$ は $A'PB'$ に沿って準可逆的に変えられる。従って式(75)と式(70)，(73)はこの場合等価であることが判る。TE 原理は既存の熱力学原理の極く僅かの，しかし本質的な拡張になって居り，その利点は，(1)，それは力学を含めて長距離相互作用のある系に適用できること，(2) 非平衡系において熱的に励起される局所的変化に適用できること，更に(3)その仮定された初期状態が，実際上実現されないような場合，検討される不可逆過程は仮想過程とでもいうものになるが(例　$\delta S < 0$，$-\delta U^c + \boldsymbol{T}\delta S^c > 0$ のような場合*))そのような場合でも平衡状態を決定できる条件が与えられていることである。特に最後の利点は，われわれの課題の本質に触れている可能性がある。筆者はもし電子ガスが実現されれば，それは磁場の印加と共に常にマイスナー状態になり，磁場が一様に滲透した常電導の状態は造り得ないのではないかと考えている。TE 原理は幸いこうした場合にも平衡状態を規定する強力な原理になるのである。

§ 11.　古典電子ガスはマイスナー効果を示すこと

さて今 $C_1 + C_2$ の体系の C_2 の $\boldsymbol{j}_2^0(\boldsymbol{r})$ に小さな変化 $\delta\boldsymbol{j}_2(\boldsymbol{r}, t)$ が熱擾乱等により発生したとしよう。今 $t = t^0$ で発生し，C_2 内の変化は $t = t^0 + \delta t^0$ ですべて終了した

---

*）熱源があれば勿論容易に起る。孤立系の〔TE〕としてこのような場合が発生し得るかどうかは原理的問題で，プラズマ物理学等で検証が期待される。

とすると，その後 δt^{α} 経過した状態は図４に示したような状況になる。S_{β} は $\delta \boldsymbol{j}_2(\boldsymbol{r}, t)$ の発生を示す wave front で，S_{α} は wave tail である。$\delta \boldsymbol{j}_2(\boldsymbol{r}, t)$ に伴う遷移状態

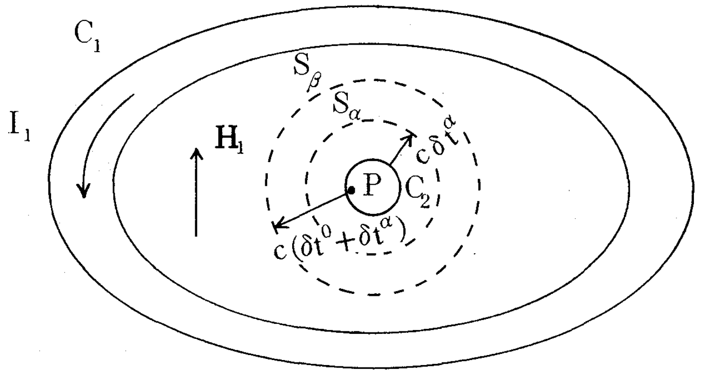


図４　古典電子ガス C_1 よりの磁場 $\boldsymbol{H}_1$ の中にある古典電子ガス C_2 内の点Pに発生し $\delta \boldsymbol{j}_2(\boldsymbol{r}, t)$ $(t^0 \leq t \leq t^0 + \delta t^0)$ による遷移状態の電磁場を $t = t^0 + \delta t^0 + \delta t^{\alpha}$ で見たもの。

の電磁場シグナルはすべて $V_{\beta} - V_{\alpha}$ の間に入っていることになる。文献８）§６，更に整理して文献９）§７，文献11)§２に示されるように，S_{α} を通過した電磁エネルギーのシグナルの総量 δU^{α} trans は*)

$$\delta U^{\alpha}_{\mathrm{trans}} = \int_{t^0}^{t^0+\delta t^0+\delta t^{\alpha}} \iint_{S_{\alpha}} [c\delta \boldsymbol{E}_2 \times (\boldsymbol{H}_1^0 + \boldsymbol{H}_2^0) + c\delta \boldsymbol{E}_2 \times \delta \boldsymbol{H}_2] \cdot d\boldsymbol{S}\, dt$$

$$= I_m^{\alpha} + R^{\alpha} \tag{82}$$

$$I_m^{\alpha} = -\iiint_{V_{\alpha}} \boldsymbol{H}^0 \cdot \delta \boldsymbol{H}_2^f\, dV - \iiint_{V_2} \int_{t^0}^{t^0+\delta t^0} \delta \boldsymbol{E}_2 \cdot \boldsymbol{j}_2^0\, dt\, dV$$

*)　C_1 と C_2 は静止して居り，§６，§９の解析の結果として幸い現在の課題には§３の問題点は存在しないことを注意する。

$$= \iiint_{V^\infty - V_\alpha} \boldsymbol{H}^0 \cdot \delta \boldsymbol{H}_2^f \, dV + \iiint_{V_1} \int_{t^0}^{t^0+\delta t^0+\delta t^\infty} \delta \boldsymbol{E}_2 \cdot \boldsymbol{j}_1^0 \, dt \, dV \tag{83}$$

$$R^\alpha = -\iiint_{V_\alpha} \frac{(\delta \boldsymbol{H}_2^f)^2}{2} dV - \iiint_{V_2} \int_{t^0}^{t^0+\delta t^0} \delta \boldsymbol{E}_2 \cdot \delta \boldsymbol{j}_2 \, dt \, dV$$

$$= \iiint_{V^\infty - V_\alpha} \frac{(\delta \boldsymbol{H}_2^f)^2}{2} dV + \iiint_{V_\beta^\infty - V_\alpha^\infty} \left[\frac{(\delta \boldsymbol{E}_2)^2 + (\delta \boldsymbol{H}_2)^2}{2} \right] dV \tag{84}$$

と整理される。式(82)，(83)，(84)で第１項，第２項はそれぞれ独立に等式関係がある。$\boldsymbol{H}^0 = \boldsymbol{H}_1^0 + \boldsymbol{H}_2^0$ は $t < t^0$ での$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}_1 + \boldsymbol{H}_2$ であり，$\delta \boldsymbol{E}_2$，$\delta \boldsymbol{H}_2$ は遷移状態に伴い誘起された$\boldsymbol{E}_2$，$\boldsymbol{H}_2$ である。$\delta \boldsymbol{H}_2^f$は $t = (t^0 + \delta t^0 + \delta t^\alpha) \to \infty$での終局の $\delta \boldsymbol{H}_2$であって，計算の便宜上，上式は誘起された電磁シグナルが，$\boldsymbol{j}_1^0$ の上を通過した際に，C_1 上の $\boldsymbol{j}_1^0(\boldsymbol{r})$ に変化が生じないとして計算されている。この仮定は実際とは異なるが，エネルギー授受の勘定を明確化するために導入され，本解説の結果には効かない。その結果式(83)の最終式は，I_m^α が，$\delta \boldsymbol{H}_2^f$ の発生に伴う静磁エネルギーの変化の一次項と，$\delta \boldsymbol{E}_2$ が $\boldsymbol{j}_1^0$ にする仕事 δW_1（正負の両者があり得る。）との和から成立し，又式(84)は R^αが，静磁エネルギー変化の二次項と，無限遠に飛翔してゆく自由電磁波束のエネルギーU_R の和より成立していることを示す。V_β^∞，V_α^∞ は $\delta t^\alpha \to \infty$の際の V_β，V_α である。従って，式(83)，(84) の各最終項は

$$\iiint_{V_1} \int_{t^0}^{t^0+\delta t^0+\delta t^\infty} \delta \boldsymbol{E}_2 \cdot \boldsymbol{j}_1^0 \, dt \, dV = \delta W_1 = [\mathrm{TE}(1)]$$

$$= -\iiint_{V_2} \frac{\boldsymbol{A}_1^0 \cdot \delta \boldsymbol{j}_2^f}{c} dV \tag{85}$$

$$\iiint_{V_\beta^\infty - V_\alpha^\infty} \left[\frac{(\delta \boldsymbol{E}_2)^2 + (\delta \boldsymbol{H}_2)^2}{2} \right] dV = U_R = [\mathrm{TE}(2)] \tag{86}$$

であって，それぞれ $\delta \boldsymbol{E}_2$，$\delta \boldsymbol{H}_2$ に関する１次および２次の Transient Energy と呼ぶことのできるエネルギーであると結論する。他のエネルギーはU^c の一部であると見做さねばならない。電磁放射の一般論に従い[5)]［TE(2)］は $\boldsymbol{j}_2(\boldsymbol{r}, t)$の発生の時間経過に依存する自由電磁波束であって，ゆっくり準静的に $\delta \boldsymbol{j}_2$が発生すると零に tend する。之に反して［TE(1)］ は式(85)の最終式に示したように $\delta \boldsymbol{j}_2^f(\boldsymbol{r})$ の最終項にのみ依存し，磁化の変化に伴う電磁エネルギー移動の最重要項を形成する。もし C_1 が電源により駆

動される定常電流コイルであれば，その電源はこのエネルギーを式(83)によって確実に受取って（又は放出して）いるのであって,[8),9)] エネルギーの移動が最重要事項である熱力学において絶対に無視することの許されない過程であると結論する。

一方式(83)，(84)の中間式は，$\delta \boldsymbol{j}_2$ の変化が C_2 内に発生した際のエネルギー授受の関係式であって，

$$-\iiint_{V_2}\int_{t^0}^{t^0+\delta t^0}\delta \boldsymbol{E}_2\cdot \boldsymbol{j}_2^0\,dt\,dV=-\delta^{(1)}(U_{2\mathrm{kD}}+U_{2\mathrm{kT}}) \tag{87}$$

$$-\iiint_{V_2}\int_{t^0}^{t^0+\delta t^0}\delta \boldsymbol{E}_2\cdot\delta \boldsymbol{j}_2\,dt\,dV=-\delta^{(2)}(U_{2\mathrm{kD}}+U_{2\mathrm{kT}}) \tag{88}$$

となる。$U_{2\mathrm{kD}}$, $U_{2\mathrm{kT}}$ は C_2 内の U_{kD}, U_{kT} を意味し，$\delta^{(1)}$，$\delta^{(2)}$ はそれぞれ δ の一次 δ の二次を示す。式(83)－(88)を合せて

$$[\mathrm{TE}(1)]+[\mathrm{TE}(2)]=-(\delta^{(1)}+\delta^{(2)})[U_{\mathrm{m}}^{\mathrm{c}}+U_{\mathrm{kD}}^{\mathrm{c}}+U_{\mathrm{kT}}] \tag{89}$$

$$[\mathrm{TE}]=-\delta[U_{\mathrm{m}}^{\mathrm{c}}+U_{\mathrm{kD}}^{\mathrm{c}}+U_{\mathrm{kT}}] \tag{90}$$

が得られる。

式(90)をわれわれはわれわれの問題に対して一般的に成立する基本関係式と見做す。物理学的世界の解析的構造に信頼して，S_β が C_2 内にあり，図4のような明瞭な分離の可能でない場合にも一般的に適用できるものと考える。

TE原理，式(75)を適用するためには，更に $\boldsymbol{T}\delta S$ を知らねばならない。$\boldsymbol{T}\delta S$ と δU_{kT} の間には物理的な大小関係があり，式(90)によって不可逆過程はマイスナー状態の方向に進行せざるを得ないことを厳密に示し得るが,[8),9)] 本稿では次の事実によって結論だけ述べよう。もし $\boldsymbol{j}_2^0(\boldsymbol{r})$ が熱平衡状態であるならば，十分小さい $\delta \boldsymbol{j}_2(\boldsymbol{r},t)$ は熱揺動であり，可逆過程である。従って［TE］は熱輻射 δQ_R に一致し，一方 δU_{kT} は熱損失 $-\delta Q_R=\boldsymbol{T}\delta S$ に等しくなる。即ち熱平衡に近づくと共に，任意の小さい $\delta \boldsymbol{j}_2(\boldsymbol{r})$ に対して，

$$[\mathrm{TE}]+\boldsymbol{T}\delta S\rightarrow[\mathrm{TE}]+\delta U_{\mathrm{kT}}\rightarrow\delta Q_R-\delta Q_R=0 \tag{91}$$

に急速に収斂しなければならない。従って式(90)から，

$$-\delta\ [U_{\mathrm{m}}^{\mathrm{c}}+U_{\mathrm{kD}}^{\mathrm{c}}]=0 \tag{92}$$

がその必要な条件になる。式(60)からこの関係は

$$\delta\ [U_{\mathrm{m}}^{\mathrm{c}}+U_{\mathrm{kD}}^{\mathrm{c}}]=\iiint_{V_1+V_2}\left[\frac{m}{n_2 e^2}\boldsymbol{j}_2^0\cdot\delta\boldsymbol{j}_2+\frac{1}{2c}\{\delta\boldsymbol{j}_2\cdot(\boldsymbol{A}_1^0+\boldsymbol{A}_2^0)+(\boldsymbol{j}_1^0+\boldsymbol{j}_2^0)\cdot\delta\boldsymbol{A}_2\}\right]dV$$

$$=\iiint_{V_2}\left[\frac{mc}{n_2 e^2}\boldsymbol{j}_2^0+\boldsymbol{A}^0\right]\cdot\frac{\delta\boldsymbol{j}_2}{c}\,dV=0 \tag{93}$$

となる。但し $\nabla\cdot\delta\boldsymbol{j}_2=0$ の $\delta\boldsymbol{j}_2$ であるから，

$$\frac{mc}{n_2 e^2}\boldsymbol{j}_2^0+\boldsymbol{A}^0=\nabla\psi^0(\boldsymbol{r}) \tag{94}$$

が，式(93)成立のための必充条件になる。式(94)は London 条件そのものであって，London ゲージのベクトル・ポテンシャル $\boldsymbol{A}^{\mathrm{L}}(\boldsymbol{r})$ は

$$\boldsymbol{A}^{\mathrm{L}}(\boldsymbol{r})=\boldsymbol{A}^0-\nabla\psi^0=-\frac{mc}{n_2 e^2}\boldsymbol{j}_2^0 \tag{95}$$

であり，式(94)からマイスナー効果は自動的に出る。

以上の解析で $\delta\boldsymbol{j}_2$ に伴う新らしい進行する電磁場の発生は，§ 9 で式(56)を認める際保留したもの，即ち多数箇の電荷が coherent な運動を行った結果発生したものであって，式(56)では現し切れず，従ってその主成分は遅延ポテンシャルの形になって進行する遷移エネルギーになっていることを注意する。この進行する遷移エネルギーは，単純なハミルトニアン，式(65)では全く考慮できないものであり，式(67)を使用すると熱平衡を離れて数学的にはその表現は可能であるが，熱平衡との関連を検討することは不可能となるものである。

上の記述で遅延ポテンシャルを主成分とするという形で多少曖昧な表現を使用したのは，$\delta\boldsymbol{j}_2$ 発生の過程で，熱輻射電磁波が，たとえばその電磁エネルギーの吸収と言った形で，関与することが十分に考えられるからである。電磁エネルギー吸収の理想的な形態は $\delta\boldsymbol{j}_2$ に対する予進ポテンシャルの形で与えられることは良く知られている。[54] 既に述べたように磁場中の各電子はサイクロトロン運動の回転軌跡を常に辿ろうとして居り，従って反磁性的な渦電流を誘起する円偏光熱輻射の吸収確率は，常磁性的な渦電流を誘起する逆円偏光の熱輻射の吸収確率よりも，無磁化の状態では大きいと予想される。な

お熱輻射電磁波をプランクの公式に従って評価すると，そのエネルギー密度 $\rho_\nu(T)$ の最大値 ν_{max} に対応する波長 $\lambda_{max} \fallingdotseq (5/T)$ mm であって，1000° にでも 5.1μ の長さを持ち，低波長側に鋭い cut off が存在する。巨視的世界と異なり，古典電子ガス系は摩擦のない世界であって，もしマイスナー状態になったとして表面附近に $\boldsymbol{v}_D \neq 0$ が存在したとしても，熱輻射とのエネルギーや角運動量の交換は主として集団電子のマクスウェルーローレンツ的な電磁波との相互作用で行われ，箇々の電子が，境界の壁で衝突して方向を転換する際に発生するであろう bremstrahlung と言った超短波長電磁波の寄与は問題にならない小ささであると推定される。

§8で既に触れたことであるが，ここで再び一般的な熱力学の誤解を説明させて載く。それらの誤解は

Ⅰ. 巨視的エネルギーが，粒子系の熱的運動エネルギーに変った時は，系のエントロピーは増大し，勿論逆過程は自然には起らないと結論すること。

Ⅱ. 上の場合熱を与えると粒子系の運動エネルギーは増大し，その際エントロピーの増し高は定量的に明らかである事を根拠として，その変化したエントロピーは簡単に計算できると考えること。

以上の考えは何れも間違っている。〝他に何等の変化を起すことなく〃，熱が仕事に変ることはできないが，他に何等かの変化を残せば，熱エネルギーは仕事に変えられて系のエントロピーは減少しない。例はピストン中の高圧ガスの膨張であり，もし C_2 が磁化しない状態から出発してマイスナー状態になった場合もその例である。これらの場合，エントロピーの計算は容易ではなく，前者も後者も準静的に進行させられれば系の総エントロピーは不変で，そうでなければ若干増大すると予想されるのである。従って光速度の有限性を強調し，遅延ポテンシャルの形で行われた本節の計算と遷移エネルギーの原理は，正しい実現されている過程を再現しているものと考えるが，もしたとえ光速度が無限大で，C_2 での $\delta \boldsymbol{j}_2$ の情報が瞬時に C_1 にも伝わり，式(67)で表現されているような normal mode の励起と類似の状況が発生したとしても，電磁熱力学の原理がマイスナー状態を実現させる可能性は十分にあることを注意させて載く。結果論的ではあるが，電子ガスが反磁性的なサイクロトロン運動を行うのは，作用原理が $\boldsymbol{H}^2$ を局所的に極小にすることを要求するからであると推定され，そこに物理の基本原理が働いて居り，電子ガスは磁束を押出したくてムズムズしているという物理像が可能であると考える。参考ま

でにラグランジアン密度は$(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{j})/c-(\boldsymbol{H}^2-\boldsymbol{E}^2)/2$であって，われわれの場合 effec-tive に$(\boldsymbol{H}^2/2)$になる。

§ 12. マイスナー状態の運動学的安定性

§ 11 の解析で導出されたマイスナー状態式(94)，(95)は電磁熱力学的解析の結果であって，電子系の運動方程式を追跡した結果ではない。従って，そのような電子ガスの運動状態が力学系として実際上成立できるかという疑問が生じよう。われわれは物理学の諸法則を信じて居り，式(94)は作用原理と熱力学の基本原理に基づいて導出されたものであって，もしそれが運動学的に consistent でなければ，それは作用原理か，熱力学か，力学の何れかに serious な問題が生じることになるが，そうはならないことが証明できる。

今体系C_2がマイスナー状態にあるものとし，C_2は十分大きいとして，その表面の一部に着目する。そこでは面の法線，x 軸方向にのみ変化があり，y，z 軸方向の変化は無視できる状態が実現している筈である。[6] 今そこで磁場$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})$を z 軸方向，ロンドン・ゲージのベクトル・ポテンシャル$\boldsymbol{A}^L(\boldsymbol{r})$を y 軸方向に設定し，その条件下で random walk している電子群が，式(95)のマイスナー電流$\boldsymbol{j}_2^0$を与えている状況が，運動学的に矛盾のないことを示す。今一つの電子q_iに着目し，その random walk を追跡する。そのロンドン・ゲージの運動方程式は

$$\frac{d\boldsymbol{p}_i^L}{dt}=\boldsymbol{\nabla}_i\left[\frac{q_i\,\boldsymbol{v}_i\cdot\boldsymbol{A}^L(\boldsymbol{r}_i)}{c}\right]-q_i\boldsymbol{\nabla}\Phi(\boldsymbol{r}_i)+[\mathrm{I.T.}]_i \tag{96}$$

である。[27] 電気ポテンシャル$\Phi(\boldsymbol{r}_i)$は表面の反射壁の存在を示し，$[\mathrm{I.T.}]$は短距離の電子間の相互作用項である。

$$\boldsymbol{\nabla}_i\left[\frac{q_i\boldsymbol{v}_i\cdot\boldsymbol{A}^L(\boldsymbol{r}_i)}{c}\right]=\boldsymbol{\nabla}_i\left[\frac{q_i\,v_{iy}\cdot A_y^L(x_1)}{c}\right] \tag{97}$$

であるから，式(96)の第一項も第二項も x 成分だけである。従って今 y－z 面内の成分を // で示すと

$$\left[\frac{d\boldsymbol{p}_i^L}{dt}\right]_{/\!/}=[\mathrm{I.T.}]_{i/\!/}\quad,\quad[\Delta\boldsymbol{p}_i^L]_{/\!/}=\int_{t_0}^{t_0+\Delta t}[\mathrm{I.T.}]_{i/\!/}\,dt \tag{98}$$

である。従って

$$[\Delta \boldsymbol{v}_i]_{/\!/} = -\frac{q_i}{m_i c}\ \Delta \boldsymbol{A}^L + \frac{1}{m_i}\int_{t_0}^{t_0+\Delta t} [\mathrm{I.T.}]_{i/\!/}\, dt \tag{99}$$

になる。式(99)の右辺の第一項はマイスナーの　Drift　current　の変化分を与えるから，電子 q_i は x_{i0} から，$x_{i0}+\Delta x_i$ の位置に移ると，磁場の作用で自動的にマイスナーの Drift 速度を調整する。従ってマイスナーの状態では Stochastic な熱運動は Drift motion の存在と独立になる。今 $\Delta x_i \gtrless 0$ を固定して考えよう。Δx_i の正負は考えている電子の初期条件の他に，Stochastic な熱作用 $[\mathrm{I.T.}]_i$ の経過にも依存しているが，磁場の作用は Drift motion として既に考慮され，熱運動はそれと独立に考えてよい結果，$\Delta x_i \gtrless 0$ は $\int_{t^0}^{t^0+\Delta t}[\mathrm{I.T}]_{ix}\, dt$ には依存するが，それと直交する方向への作用項

$$\int_{t^0}^{t^0+\Delta t} [\mathrm{I.T.}]_{i/\!/}\, dt \tag{100}$$

とは独立になると結論できる。作用反作用の原理に従って一般に場所を固定したとき，その場所での統計平均を —— で示すと

$$\overline{[\mathrm{I.T.}]} = 0 \tag{101}$$

である。場所が Δx_i 移動しているとしても，上記の状況のもとで，多くの電子 q_i に関する平均値

$$\overline{\overline{[\mathrm{I.I.}]}}_{i/\!/} = 0 \tag{102}$$

は Δx_i の正負に拘らず得られると結論できる。═══は Δx_i の移動のある際の平均値である。従って式(99)は

$$\overline{\overline{[\Delta \boldsymbol{v}_i]}}_{/\!/} = -\frac{q_i}{m_i c}\ \Delta \boldsymbol{A}^L \tag{103}$$

であって，出発点を C_2 の内部 $\overline{\overline{\boldsymbol{v}}}_i = 0$，$\boldsymbol{A}^L = 0$ の点に取って考えると

$$[m_i \overline{\overline{\boldsymbol{v}}}_i]_{/\!/} = -\frac{q_i}{c} A_y^L(x_i)\, \nabla y \tag{104}$$

であって，従って式(104) は式(95)と完全に一致し，マイスナー状態は運動学的に sel-fconsistent である。又更にもし $C_1 + C_2$ が，円柱対称性を持っている場合には，角運動量保存則を利用して同様な解析が C_2 全体に関して厳密に行われ，その運動学的安定性

が証明できる。

固体物理学の進歩と共に判ったことは，マクスウェルの方程式に現れる導体中の電流 $\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r})$ は，微視的には非常な高速の random motion を熱的に行っている電子群の速度の平均値に現れる僅少な drift motion によるものであって，[5] 慣性運動が大きい役割りを演ずるバケツの中の水の運動とは本質的に異なる。電場のあるときは問題ないが，マクスウェルの方程式が，電場で駆動されない永久電流の存在をそのまま許容できるという事実は，とりも直さず，慣性運動の原理以外に，永久電流の存在を許容する別原理の存在を暗示して居り，以上の解析は，random walk する電子群に働く，ローレンツの電磁力の積分効果という形で，その explicit な形態の一つを明らかにしたものということが出来よう。

§ 13. マイスナー状態の熱力学関係式

以上磁気エネルギーを正当に含めて，古典電子ガスのマイスナー状態が導出された結果，超電導体のマイスナー状態に関しても類似の熱力学関係式が存在するものと予想される。在来の超電導体に対する熱力学関係式とは僅少ではあるが，解釈の点，体系化の点，その他少しづつ異なり，より完全な統一体系が形成される。[9),8),7)] それらを多少とも物理的に導出することは紙面の関係で無理なので，一，二の例のみあげる。

単位体積当りの Giffs 関数としては

$$g^{\mathrm{II}} = u_L + \sum_i u^i_{k2} + \frac{\boldsymbol{j}}{2c} \cdot \boldsymbol{A}^L - TS, \quad \left(\frac{\boldsymbol{j}}{2c} \cdot \boldsymbol{A}^L = -\frac{\boldsymbol{H}^2}{2} \right) \tag{105}$$

が得られ，この関数は C_2 の全体積中で一定となり，相平衡条件とGibbs-Duhem 式を組合せた結論になる。[7),8)] ここに $u_L + \sum_i u^i_{k2}$ は格子エネルギーと，電子の運動エネルギーを含み，磁場$\boldsymbol{H}$のエネルギーを除いた，C_2 の単位体積中の全エネルギーである。

一定温度で極小になる C_2 の熱力学関数は，そのヘルムホルツの自由エネルギーであって，その一つ F^I は

$$F^I = U^I_2 - T S_2 = \mathrm{Const} + \iiint_{V_2} \frac{n_2 m}{2} \overline{\overline{(\boldsymbol{v}_i - \boldsymbol{v}_D)^2}} \, dV$$
$$+ \iiint_{V_2} \left[\frac{m}{2 n_2 e^2} \boldsymbol{j}_2^2 + \frac{\boldsymbol{j}_2 \cdot \boldsymbol{A}_2}{2c} + \frac{\boldsymbol{j}_2 \cdot \boldsymbol{A}_1}{c} \right] dV - T S_2 \tag{106}$$

$\boldsymbol{p}_i$ は相対論的に誘導されたものであり，[55]

$$\boldsymbol{p}_i = \frac{\boldsymbol{v}_i}{c} \times \boldsymbol{\mu}_i \tag{111}$$

である。式(110）と，更に前述のスピン磁気能率および磁場の源に，磁気誘導によるエネルギーの移動があり，その質量 m_i は一定ではないことを，式(19)，式(28)の形で厳密に取り入れることにより，体系の全エネルギーは

$$\begin{aligned} U = & \sum_i m_i^0 c^2 + \sum_i \frac{m_i^0}{2} v_i^2 + \sum_i \frac{3 m_i^0 v_i^4}{8 c^2} + \sum_{i>j} \frac{q_i q_j}{4\pi r_{ij}} + \sum_{i>j} \frac{q_i q_j \boldsymbol{v}_i \cdot \boldsymbol{v}_j}{4\pi r_{ij} c^2} \\ & + \sum_{i>j} \frac{q_i^i q_j (\boldsymbol{v}_i \times \hat{\boldsymbol{r}}_{ij}) \cdot (\boldsymbol{v}_j \times \hat{\boldsymbol{r}}_{ji})}{8\pi r_{ij} c^2} + \sum_{i>j} \frac{\boldsymbol{\mu}_i \cdot \boldsymbol{\mu}_j + 3(\boldsymbol{\mu}_i \cdot \hat{\boldsymbol{r}}_{ij})(\boldsymbol{\mu}_j \cdot \hat{\boldsymbol{r}}_{ji})}{4\pi r_{ij}^3} \\ & + \sum_{i>j} q_i q_j K_{ij} \delta^{(3)}(\boldsymbol{r}_{ij}) - \sum_{i>j} \frac{2}{3} (\boldsymbol{\mu}_i \cdot \boldsymbol{\mu}_j) \delta^3(\boldsymbol{r}_{ij}) \end{aligned} \tag{112}$$

と表現される。m_i^0 は変化する前の質量であって，*) スピン・軌道相互作用項は質量の変化分 $\delta m_i c^2$ の一部と相殺して陽に現れない*)。式(112)から，もし体系が巨視的に小さく，遅延効果が無視できる場合にはそのラグランジアン L は

$$\begin{aligned} L = & -\sum_i m_i^0 c^2 + \sum_i \frac{m_i^0}{2} v_i^2 + \sum_i \frac{1}{8} \frac{m_i^0}{c^2} v_i^4 - \sum_{i>j} \frac{q_i q_j}{4\pi r_{ij}} + \sum_{i>j} \frac{q_i q_j \boldsymbol{v}_i \cdot \boldsymbol{v}_j}{4\pi r_{ij} c^2} \\ & + \sum_{i>j} \frac{q_i q_i (\boldsymbol{v}_i \times \hat{\boldsymbol{r}}_{ij}) \cdot (\boldsymbol{v}_j \times \hat{\boldsymbol{r}}_{ji})}{8\pi r_{ij} c^2} + \frac{1}{2} \sum_i \sum_{j \neq i} \frac{q_j \hat{\boldsymbol{r}}_{ij} \times \boldsymbol{v}_i}{4\pi r_{ij}^2 c} \cdot \boldsymbol{\mu}_i \\ & + \sum_i \sum_{j \neq i} \frac{q_j \boldsymbol{v}_j \times \hat{\boldsymbol{r}}_{ij} \cdot \boldsymbol{\mu}_i}{4\pi r_{ij}^2 c} - \sum_{i>j} \frac{\boldsymbol{\mu}_i \cdot \boldsymbol{\mu}_j + 3(\boldsymbol{\mu}_i \cdot \hat{\boldsymbol{r}}_{ij})(\boldsymbol{\mu}_j \cdot \hat{\boldsymbol{r}}_{ji})}{4\pi r_{ij}^3} \\ & + \sum_{i>j} q_i q_j K_{ij} \delta^{(3)}(\boldsymbol{r}_{ij}) + \sum_{i>j} \frac{2}{3} (\boldsymbol{\mu}_i \cdot \boldsymbol{\mu}_j) \delta^{(3)}(\boldsymbol{r}_{ij}) \end{aligned} \tag{113}$$

となり，この式にはスピン一軌道相互作用項が現れる。更に運動量 $\boldsymbol{p}_i - m_i \boldsymbol{v}_i \ll m_i \boldsymbol{v}_i$ の場合**) に導出されるハミルトニアン H は

---

*) 式(19)でいうと $\delta(G_2 + U_{\mathrm{m}}) \doteqdot 0$ であって，磁気エネルギーの変化の衣と合せると実効質量は不変となり，簡単には観測できない。

**) マイスナー効果の解析の際にはこの仮定は成立しない。

$$H=\sum_i m_i^0 c^2+\sum_i \frac{p_i^2}{2m_i}-\sum_i \frac{p_i^4}{8m_i^3 c^2}+\sum_{i>j} \frac{q_i q_j}{4\pi r_{ij}}-\sum_{i>j} \frac{q_i q_j \boldsymbol{p}_i\cdot\boldsymbol{p}_j}{4\pi r_{ij} c^2 m_i m_j}$$

$$-\sum_{i>j} \frac{q_i q_j(\boldsymbol{p}_i\times\hat{\boldsymbol{r}}_{ij})\cdot(\boldsymbol{p}_j\times\hat{\boldsymbol{r}}_{ji})}{8\pi r_{ij} c^2 m_i m_j}-\sum_i\sum_{j\neq i} \frac{q_j \hat{\boldsymbol{r}}_{ij}\times\boldsymbol{p}_i\cdot\boldsymbol{\mu}_i}{8\pi r_{ij}^2 c m_i}$$

$$-\sum_i\sum_{j\neq i} \frac{q_j \boldsymbol{p}_j\times\hat{\boldsymbol{r}}_{ij}\cdot\boldsymbol{\mu}_i}{4\pi r_{ij}^2 c m_j}+\sum_{i>j} \frac{\boldsymbol{\mu}_i\cdot\boldsymbol{\mu}_j+3(\boldsymbol{\mu}_i\cdot\hat{\boldsymbol{r}}_{ij})(\boldsymbol{\mu}_j\cdot\hat{\boldsymbol{r}}_{ji})}{4\pi r_{ij}^3}$$

$$-\sum_{i>j} q_i q_j K_{ij}\delta^{(3)}(\boldsymbol{r}_{ij})-\sum_{i>j}\frac{2}{3}(\boldsymbol{\mu}_i\cdot\boldsymbol{\mu}_j)\delta^{(3)}(\boldsymbol{r}_{ij}) \tag{114}$$

となって，正確にパウリ近似のディラック・ハミルトニアンと一致する。式(114) は後から，フェルミの磁気接触相互作用項， Darwin の静電接触相互作用項，他粒子とのスピン一軌道相互作用項，自分自身のスピン一軌道相互作用項である。ディラックのγーマトリックスを使用し， Foldy-Wouthuysen-Tani 変換を使用して導出されるパウリ近似のハミルトニアン[56),37),54)] は現代の物性物理学が，その最も深い基礎にしているものであって，われわれの展開した新らしい近似方法は，少くともその精度まで同等であることが判明したと共に，ディラックの抽象理論と異なり，各項はその導出の過程を通じて，その正確明瞭な古典像を伴っている。[11)] ディラックの手法は，γーマトリックスという相対論的に完結している抽象数学の手段によって，電子のスピン電流が，磁気誘導効果を通じて授受しているエネルギーの移動を表現の上で陽に含めないで，角運動量の量子化と，相対論的な立場を根拠として無矛盾の体系化を進めた結果発見されたものというイメージが可能であると推定する。

筆者は磁性の実験物理学者であって，現在 Fe_3O_4 の低温相の研究をNMR, Mössbauer 等の超微細電磁場を有力な手段として進めている。本稿で述べた研究は当初電磁気学より出発して，マイスナー効果の説明といった多少直接的でない廻り道をした訳であるが，今や式(114) に至って， Fe_3O_4の研究と直結するに至ったと考える。問題になるFe^{57}イオンの電子状態を記述する基礎になるハミルトニアンは式(114) であり，又Fe^{57}原子核で観測される超微細電磁場はその位置におけるマクスウェルーローレンツの電磁場のある時間平均に他ならない。粒子の生成消滅を伴う素粒子物理学といった高エネルギー物理学の分野に筆者の展開した手法が尚有用であるか否かは疑問のあるところであろう。しかし§4に展開された電子の永久電流モデルは自己エネルギー発散の主要項が

合理的に消去され説明されている。*) 又，磁気誘導によるエネルギー移動の機構は現在の素粒子物理学の中には陽には入っていない。しかし自然が数学的に完全であるならば，この機構を陽に含めた，Dirac Theoryよりも更に美しい相対論的理論体系の成立も予想される。われわれのモデルは量子化された磁束hc/e を持つことが示されて居り，その実在性の可否，又強磁場中での保存性の可否なども興味ある課題である。物性物理学の分野に関しては本稿の手法が，量子力学の基本構造，特にスピン構造と状態の対称性の問題交換相互作用による実効磁場$\boldsymbol{H}_{ex}$の古典像の獲得などに発展する可能性も否定できない。筆者は筆者の手法が，物質の理解に関して明瞭な前進を与えたものと信じて居り，更に多数の同調者を得て将来の発展を期待したいと考える。

なお本稿では新らしい考え方の応用を余り強調していない。一面には新らしい考え方は地動説と天動説の差のように枠組の相異であって，従来の説でもコレオリの力に相当する色々な仮定を設けて説明して来たという事情がある。しかし天動説の基礎のもとで人工衛星の軌道を計算することは容易ではないであろう。本稿に述べられた新らしい考え方は，超電導体，磁性物理学，プラズマ物理学，更に素粒子物理学や地球物理学，天体物理学を含めて物質のすべての物理学に各種の応用を広く展開させるものと期待する。

文　献

1) S. Iida: J. Phys. Soc. Japan **17** (1974) 1183.

2) 伊東俊太郎編：〝現代科学思想事典〃講談社現代新書 **267** (1971) P.191.

3) マイヤー，リービッヒ，ファラデー著，崎川範行訳編：〝エネルギー理論の成立〃創元科学叢書 (1951)， p. 2, 121.

4) 文献 2)， p.420, 421.

5) 飯田修一：〝新電磁気学〃上，下，丸善 (1975).

6) S. Iida: "Introduction of A New Principle in the Theory of Magnetism Part I, Classical Derivation of the Meissner Effect in Perfect Conductors," 物性研究 **24** (1975) 1.

7) S. Iida: Part II, "New Statistical Thermodynamics for Magnetizable Materials and

*) 完全に厳密に発散の問題が消滅する可能性もあることに言及しておく。

Superconductors" 物性研究 **24** (1975) 208.

8) S. Iida: Part III, "Fundamental Meaning of Vector Potential, Magnetic Energy, Hamiltonian and the Meissner Effect", 物性研究 **28** (1977) 47.

9) S. Iida: Part III-R, "Transient Energy Principle and Equivalence of Perfect Conduction and the Meissner Effect", Submitted to J. Phys. Soc. Japan.

10) S. Iida: Part IV, "Fundamental Transfer Relation of Energy in Curie-Langevin-Debye Paramagnetism", Submitted to J. Phys. Soc. Japan.

11) S. Iida: Par V, "Importance of Energy Transfer by Induction and An Interface between Classical and Quantum Physics", to be published in J. Phys. Soc. Japan.

12) 宮原将平：物性研究 **25** (1976) 263.

13) 飯田修一：物性研究 **26** (1976) 99.

14) 座談会〝電磁気学の教科書について〃, 日本物理学会誌 **29** (1974) p. 999.

15) 文献 5), 上, 序.

16) 飯田修一：日本物理学会誌 **22** (1967) p. 130.

17) 文献 5), § 1・3.

18) この定理を筆者が満足する形に整理した文献はない。新電磁気学下の改訂版にはそれを入れる予定である。P. M. Morse and H. Feshbach: "Methods of Theoretical Physics", I. McGraw Hill Book Co. (1953) p. 52. を参照。

19) 文献 5), p. 284, p. 467−468, § 10. 9.

20) Bayh: Z. Phys. **169** (1962) 492.

21) 文献 5), p. 491.

22) 文献 8), p. 80.

23) 文献 5), p. 446, 470.

24) 文献 5), § 9・6.

25) W. K. H. Panofsky and M. Philips: "Classical Theory of Electricity and Magnetism", Adison-Wesley, Palo Alto & London, (1962) p. 377, 379.

26) K. Nishijima: "Fields and Particles", Benjamin Inc. (1969), Chap. 1, 2.

27) 文献 5), § 12.

28) C. F. V. Weizsäker: Ann. Phys. (Germany) **17** (1933) 867.

29) G. H. Wannier: Phys. Rev. **72** (1947) 304.

30) J. M. Jauch and F. Rohrlich: "The Theory of Photons and Electrons", Addison-Wesley,

Reading, Mass. (1955) p. 343.
31) V. F. Weisskoff: Rev. Mod. Phys. **21** (1949) 314.
32) H. B. G. Casimir: IEEE Trans. Mag. MAD-**5** (1969) 159.
33) J. H. Van Vleck: "The Theory of Electric and Magnetic Susceptibilities", Oxford (1932).
34) S. R. de Groot and L. G. Suttorp: "Foundations of Electrodynamics", North-Holland Pub. Co., Amsterdam (1972) p. 3, 127, 318.
35) 文献 5), § 7・6.
36) 文献 5), p. 653. 文献 5) の説明は著しく冗長で，遙かに簡潔な記述が完成している。本文§ 6参照.
37) 西島和彦："相対論的量子力学"，培風館(1973) 1章.
38) A. Messiah: "Quantum Mechanics", John Wiley & Sons, Inc., New York et al., II, Chap. XX.
39) 文献 5), S. 3.
40) 文献 33), p. 90.
41) G. H. Wannier: "Satistical Physics", John Wiley & Sons, Inc., New York (1958) p. 77.
42) K. Nishijima: "Fields and Particles" Benjamin Inc. (1969) Chap. 1.
43) 文献 37), 2章.
44) J. H. van Leeuwen: J. de Phys., **2** (1921) 361.
45) 文献 33), § 24 − 26.
46) J. H. Van Vleck: Nuovo Cimento, (Suppl.) **6** (1957) 857.
47) E. Fermi: Rev. Mod. Phys. **4** (1932) 87.
48) W. Heitler: "The Quantum Theory of Radiation", 3rd Ed. Oxford, At the Clarendon Press (1954) p. 47.
49) R. P. Feynman and A. R. Hibbs: "Quantum Mechanics and Path Integrals", McGraw Hill Book. Co., New York et al., (1965) Chap. 1 & 2.
50) 文献 25), p. 341.
51) C. G. Darwin: Phil. Mag. **39** (1920) 537.
52) P. G. de Gennes: "Superconductivity of Metals and Alloys", English Ed., W. A. Benjamin Inc., New York et al., (1966) p. 6.
53) H. B. Callen: "Thermodynamics", John Willey and Sons, Inc., (1960) Chap. 5.
54) 文献 5, p. 471.

55) 文献 5), p. 458.

56) H. A. Bethe and E. E. Salpeter: "Quantum Mechanics of One-and Two-Electron Atoms", Springer-Verlag (1957) Berlin, Göttingen & Heidelberg, p. 181.