

(8) 熱機関, 負の絶対温度及びレーザー

京大・理 中 込 照 明

一続きの自然を幾つかの要素に分割し、要素間の基本的関係から様々な現象を再構成するという物理学の一般的立場から熱力学を見た場合、Callenの熱力学¹⁾が色々な性質をもった「壁」を使って展開されていることからわかるように、通常その要素は自然を空間的に区切ったものとなっている。この空間的に切り出された系のみを要素とする熱力学においては第二種永久機関を否定するKelvinの第二法則が成立し、その結果、正符号をもつ絶対温度のみが許されることになる。しかし、熱力学的要素の切り出しを空間的分割に限定すべき絶対的理由はなく、実際、量子統計力学の発展及び実験技術の進歩に伴いその切り出しは可成り自由に行われるようになった。即ちスピン自由度を平進自由度から切り離してスピン自由度だけの系を設定し、或は一つの原子が作りうる総ての量子状態のうち現象に強く関与する小数の状態のみを取り出してそれだけからなる系を構成し、それらを熱力学的要素と考えることが可能になった。その結果、負の絶対温度概念が理論的²⁾にも実験的³⁾にも極自然に登場するに至った。更にレーザーは負の絶対温度にある物質からの光の放出として理解されるようになった。(「レーザーが使われている負の絶対温度は全く便宜的なものであって熱力学的温度概念とは別物である。何故なら、逆転分布は原子の全準位にわたって生じていない、更にそれは定常状態であって平衡ではないから」という主張⁴⁾が時々見られるが、これは必ずしも正当ではない。「系」の概念は上に述べたように拡張すべきであり、また定常状態に温度を与えることは普通に行われている。火の付いた煙草や太陽表面はそれぞれ七百度、六千度の熱源として使えるように、レーザーも負温度状態が燃えていると考えることができる。)

さてレーザー光線の持つエネルギーが原理的には総て仕事に交換されることが指摘⁵⁾されていることから判るように、負の絶対温度の熱源に対してはKelvinの第二法則は成立しない。これは統計力学的絶対温度の概念が必ずしも従来の熱機関の理論によって解釈されうるものではないことを示している。そこで、このように熱力学系の切り出し方が上げられた体系に当て嵌まる新しい熱機関理論が必要とされ、これまで第二法則の書き換えを中心に様々に論じられて来た(Ref. 6中の文献参照)。しかし、熱機関理論と

しては絶対温度は基本法則から導かれる概念であるのに, その書き換えられた第二法則では正負の絶対温度の区別が初めから使われているという難点があり, 負の絶対温度を許す Carnot-Clausius 型の熱機関理論の公理的構成にまでは至っていなかった。これには主に二つの原因が考えられる。一つは従来の熱機関理論では絶対温度の符号が基準熱源を正の単位に取ることによって決定され相対的であったこと, もう一つは絶対温度を定義するのに必要最少限の条件が明らかでなかったことである。第一の問題に対しては, 筆者は従来の理論では絶対温度の定義の後に出て来る Clausius 不等式を一頭先に証明し, それに基づいて絶対温度を符号まで含めて定義した。第二の問題については, たいいてい明瞭な言明なしに使われている幾つかの要請(後述(2)(3))と一緒にすれば第二法則としては最も弱い形と考えられる「少なくとも一つの不可逆 cycle が存在する」で十分であることを示した。理論の概略は以下のようになる(詳細は Ref. 6 参照のこと)。

まず三つの基本概念, 熱源の集合 Θ , 熱機関(cycle と呼ぶ)の集合 C , cycle c が熱源 θ から引出す熱量 $Q_\theta(c)$ の作る vector $Q(c) \equiv (Q_\theta(c); \theta \in \Theta)$, を設定し, 可逆 cycle c を $Q(c) + Q(c') = 0$ となる cycle c' が存在することによって定義する。次に三つの公理を与える。(1)少なくとも一つの不可逆 cycle が存在する。(2)任意の二つの熱源 θ, θ' に対してそれらを結ぶ可逆 cycle が存在する。(3)与えられた cycle c, c' 及び $\alpha \geq 0, \beta \geq 0$ に対して $Q(c'') = \alpha Q(c) + \beta Q(c')$ なる cycle c'' が存在する。これらの公理の下で次の定理が成立つ。各熱源 θ には次の条件 (A) を満す実数 T_θ ($-\infty \leq T_\theta \leq +\infty$) が共通の正乗数を除いて一意的に定義できる。

$$(A) \quad \sum_{\theta} T_{\theta}^{-1} Q_{\theta}(c) \leq 0 \quad \forall c \in C,$$

ただし等号は c が可逆のときのみ。 この T_θ をもって熱源 θ の絶対温度と定義する。このとき $T_\theta > 0$ なる熱源 θ に対しては Kelvin の第二法則が, $T_\theta < 0$ ではその逆が成立つことがわかる。更に $T_\theta = 0$ は自然に排除され, また熱の自然な流れ方向によって定義される温度の高低の順序が $-T_\theta^{-1}$ の値の符号を含めた大小の順に一致することもわかる。上の定理は総ての熱 vector $Q(c)$ ($c \in C$) からなる集合が vector 空間 R_0^Θ の中で半空間を占ることから導かれる。vector $\mathbf{g} \equiv (-T_\theta^{-1})$ はこの半空間の境の超平面の法線 vector である。Kelvin の第二法則は公理(1)以外にこの法線 vector \mathbf{g} の方向を制限する命題を含んでおり, そのため $T_\theta > 0$ に限定されるのである。

中込照明

統計力学的絶対温度（以下単に温度と呼ぶ）をこの熱機関理論で解釈するには、 θ , C , Q の三つの要素を統計力学の言葉で表現してそれが三つの公理を満すことを示し、その結果得られる定理の T_θ と元の温度とが一致することを示せばよい。詳しい事は省くが、このとき公理(2)に問題が生ずる。cycle を相図上の連続な閉曲線で表わされるものに限ると正と負の温度領域を結ぶ可逆 cycle が作れないのである。実際「非静的過程は非可逆なり」という事実をもとに正負の温度を結ぶ可逆 cycle は存在しないと主張するものもある⁷⁾。しかし上の事実は空間的に切り出された系のみを要素とする熱力学に対するものであり、今の場合、必ずしも事実ではない。筆者はスピン系を使って正負の温度領域を結ぶ不連続過程を含む可逆 cycle の単純な例を提出した。これにより公理(2)の問題もなくなり所期の目的が達せられる。

さて上に述べた熱機関理論は全く抽象的な形式をもっているので、公理系を満しさえすればどんな $\{\theta, C, Q\}$ の system に対しても適用できる。初めの段落でレーザーは負温度熱源からの発光と見られると述べたが、熱機関理論の立場からはまた別の光を当てることができる。レーザーは原子が幾つかの準位間を回転することによって生ずる現象であるが、このような微視的な回転過程を熱機関と見なすことがある意味で可能である。幾つかの熱源が原子に作用していて、各熱源 θ が適当な Markov 過程の遷移行列 L_θ で、仕事と同じく対称な遷移行列 A で $\mathbf{n} \equiv (n_1, \dots, n_k)$ (n_i は準位 i にある原子の個数或は確率) に作用する系

$$\dot{\mathbf{n}} = (L_\theta + \dots + L_{\theta'} + A) \mathbf{n}$$

の全体から適当な方法によって作られる $\{\theta, C, Q\}$ の system が上述の公理を満すのである。この問題については近く論文を発表の予定。

文献

- 1) H. B. Callen, *Thermodynamics*, Wiley, New York, 1960.
- 2) L. D. Landau & E. M. Lifshitz, *Statistical Mechanics*, Nauka, Moscow, 1951, §70 (日本語訳, 岩波, 1957).
- 3) E. M. Purcell & R. V. Pound, *Phys. Rev.* **81** (1951) 279.
- 4) B. A. Lengyel, *Laser*, Wiley, New York, 1971, p. 20–21.

(8) 熱機関, 負の絶対温度及びレーザー

- 5) M. Garbuny, J. Chem. Phys. **67** (1977) 5676.
- 6) T. Nakagomi, J. Phys. A: Gen. Math. **13(2)** (1980) to be published.
- 7) J. G. Powles, Contemp. Phys. **4** (1963) 338.