

関数である。一方定常解は全体が同一振動数 $\omega$ で回転する状態であることから、結局定常解は局所的に異なる振動数をもつ振動子が結合した系が互いに引きこまれている状態とみなすことができる。

その引きこみの可能性を考える。もし $\beta (=O(B(R)))$ が小さいと場所ごとの $\omega_{\text{eff}}$ の変化は小さく相互引きこみがおこる。もし $\beta$ が大きくなると、引きこみの破れ、即ちらせん波は不安定化するであろう。

(5)式に従えば、 $\beta$ が大きいときに $k$ が大きいことは、 $\omega_{\text{eff}}$ の空間変化を小さくすることになっている。ところがアルキメデスらせん波の平面波としての性質から、 $k$ が大きい波は平面波として不安定である。このことはらせん波としても不安定であることを示す。

二次元正方形媒質の計算機実験によれば実際らせん波は不安定化し、一旦中心ができるとその周囲に数個新たに中心ができ、これがカスケード的に広がる現象がみられた。また中心は対になって発生消滅する。

なお、この乱流状態は心筋拍動の病的現象の一つである細動と類似しているように思われる。

またここで述べたらせん波乱流とは異なる不規則状態がある。これは core meandering 現象と呼ばれ、らせん形を保ちながら回転するが、中心の位置のみが不規則に動く現象である。

## § 8 終りに

一般に $|m|$ 個の腕をもつ定常らせん波解の中心付近のふるまい、全体としての数学的性質およびらせん波乱流について述べた。もっと詳しいらせん波乱流の解析、および core meandering の解析は今後に残された課題である。

## 解糖反応系に対する周期外力の効果

京大・理 富田和久・大同寛明

細胞内の代謝系にみられる解糖反応系に、解糖基質を一定の割合で注入してやると、自励振動の出現する事が知られており、いわゆる化学振動子 (chemical oscillator) の重要な例となっている。このような系が周期外力に対してどのような応答を示すかを調べる事は、地上の殆んど生物が、少くとも、day-night cycleという周期外力下にある事を考えると、重要かつ興味の

ある問題と考えられる。実際, Boiteux et al. は, 基質の注入率を周期的に変化させたときの系の振舞を実験的に研究し, 後に述べる Goldbeter-Lefever のモデルに対する数値計算の結果と定性的に良く一致する応答があらわれる事を報告している。しかし彼らの研究は, 系の固有振動の振幅に比し, 外力の振幅が小さい場合のものであったため, ひきこまれた状態や準周期状態の出現をみたにとどまり, それらを超えた, より複雑な応答を見い出すに到らなかった。そこでわれわれは, 解糖反応系に対する, 比較的に大きな振幅を持つ周期外力の効果, Sel'kov-Higgins のモデル, および, より realistic な Goldbeter-Lefever のモデルを用いて, 数値計算により調べた。

解糖反応系の方程式は,  $X$  を基質の濃度,  $Y$  を生成物の濃度とするとき

$$\dot{X} = \sigma(t) - \sigma_M f(X, Y), \quad \dot{Y} = \sigma_M f(X, Y) - k_s Y$$

とかける。ここで  $\sigma(t) = \sigma_1 + 2a \cos(\omega t)$  は, 基質の注入率であり,  $\sigma_M$  は全酵素濃度に比例する定数,  $k_s$  は生成物除去速度を指定するパラメタである。

(i) Sel'kov-Higgins モデルの場合

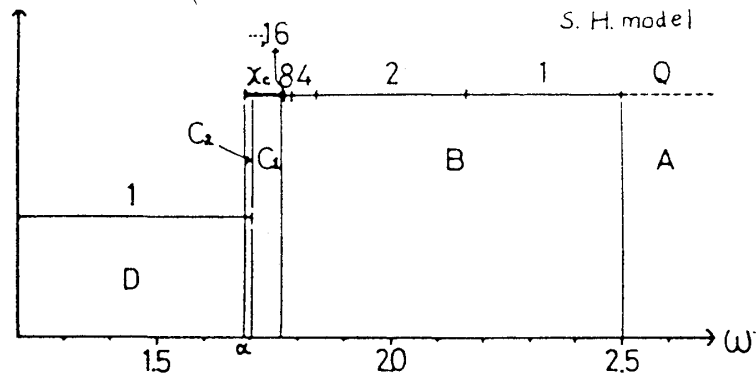
これは,  $f(X, Y) = XY^2$ ,  $\sigma_M = k_s = 1$  とおいたものである。固有振動は  $\sigma_1 < 1$  で出現するので  $\sigma_1 = 0.999$  とおき (このとき固有振動数  $\omega_n \doteq 1$ ),  $a = 0.21$  = 一定で  $\omega$  を変えたときの応答を図 1 (a) に示した。数字は応答の周期を外力の周期で割ったものである。 $x_c$  が, いわゆる [Strange attractor の現われる領域である。Stroboscopic phase portrait の例を図 2 (a) に示した ( $\omega = 1.69 \in C_2$ )。

(ii) Goldbeter-Lefever モデルの場合

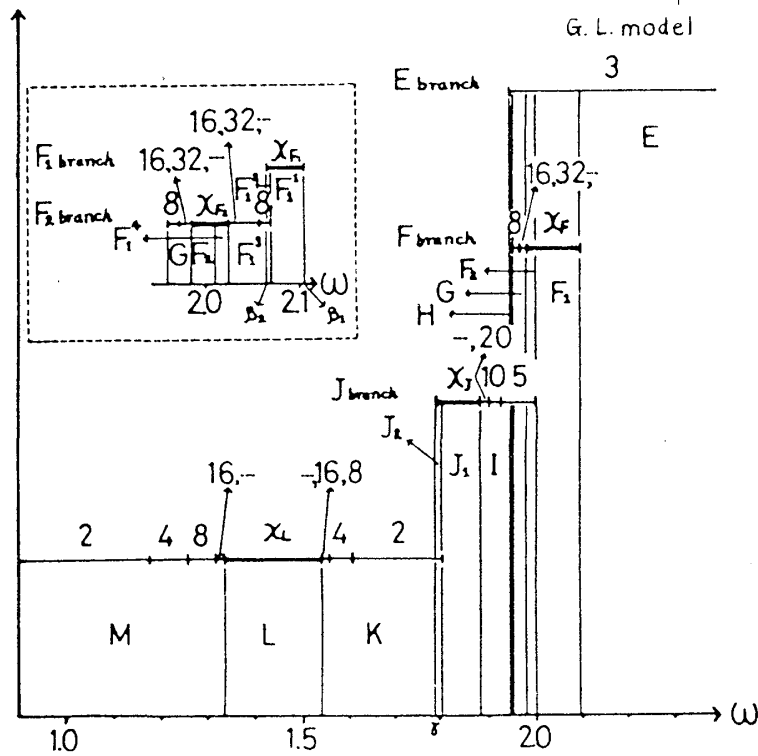
これは,

$$f(X, Y) = \frac{(1+Y)^2 \left(\frac{X}{\varepsilon+1}\right) \left(1 + \frac{X}{\varepsilon+1}\right) + \theta L \left(\frac{cX}{\varepsilon'+1}\right) \left(1 + \frac{cX}{\varepsilon'+1}\right)}{L \left(1 + \frac{cX}{\varepsilon'+1}\right)^2 + (1+Y)^2 \left(1 + \frac{X}{\varepsilon+1}\right)^2}$$

とおいたものである。ここで,  $c, \theta, L, \varepsilon, \varepsilon'$  は, 反応を触媒するある酵素の構造に関するパラメタであり, 本計算では,  $c = 10^{-2}$ ,  $\theta = \varepsilon' = 0$ ,  $L = 5 \times 10^6$ ,  $\varepsilon = 10^{-1}$  とした。さらに,  $\sigma_M = 10^3$  とおくと, 固有振動は,  $1 \lesssim \sigma_1 \lesssim 13$  で現われるので,  $\sigma_1 = 12.5$  とおき ( $\omega_n \doteq 0.81$ ),  $a = 6$  = 一定として,  $\omega$  を変えたときの応答を図 1 の (b) に示す。Strange attractor は,  $x_{F_1}, x_{F_2}, x_J, x_L$  の領域であらわれる。代表的な Stroboscopic phase portraits を図 2 (b) ~ (f) に示した。ここで,  $\times, \circ, \triangle$  は, それぞれ 3, 5, 8 周期点を表わす (但し,  $\times$  は (e) でのみ 2 周期点)。 $\lambda$  は



(a)



(b)

図1

各Strange attractorのリヤプノフ数である。

以上をまとめると次の様になる。

- (i) カオティックな応答(つまり, Strange attractor)を示す領域の存在。
- (ii) アトラクターが2~3個共存する相の出現( $C_2, F_2, F_2, G, H, J_2$ )。

これらが, SH, GL両モデルに共通してみられ, しかも, Boiteux et al.の結果に出てこなかった特徴である。周期外力下で, このように複雑多彩な振舞が, 解糖反応系のような, 生物学的にも生理学的にも重要な反応系で出現しうるとすれば, 興味ある事であり, (i)や(ii)も何らか

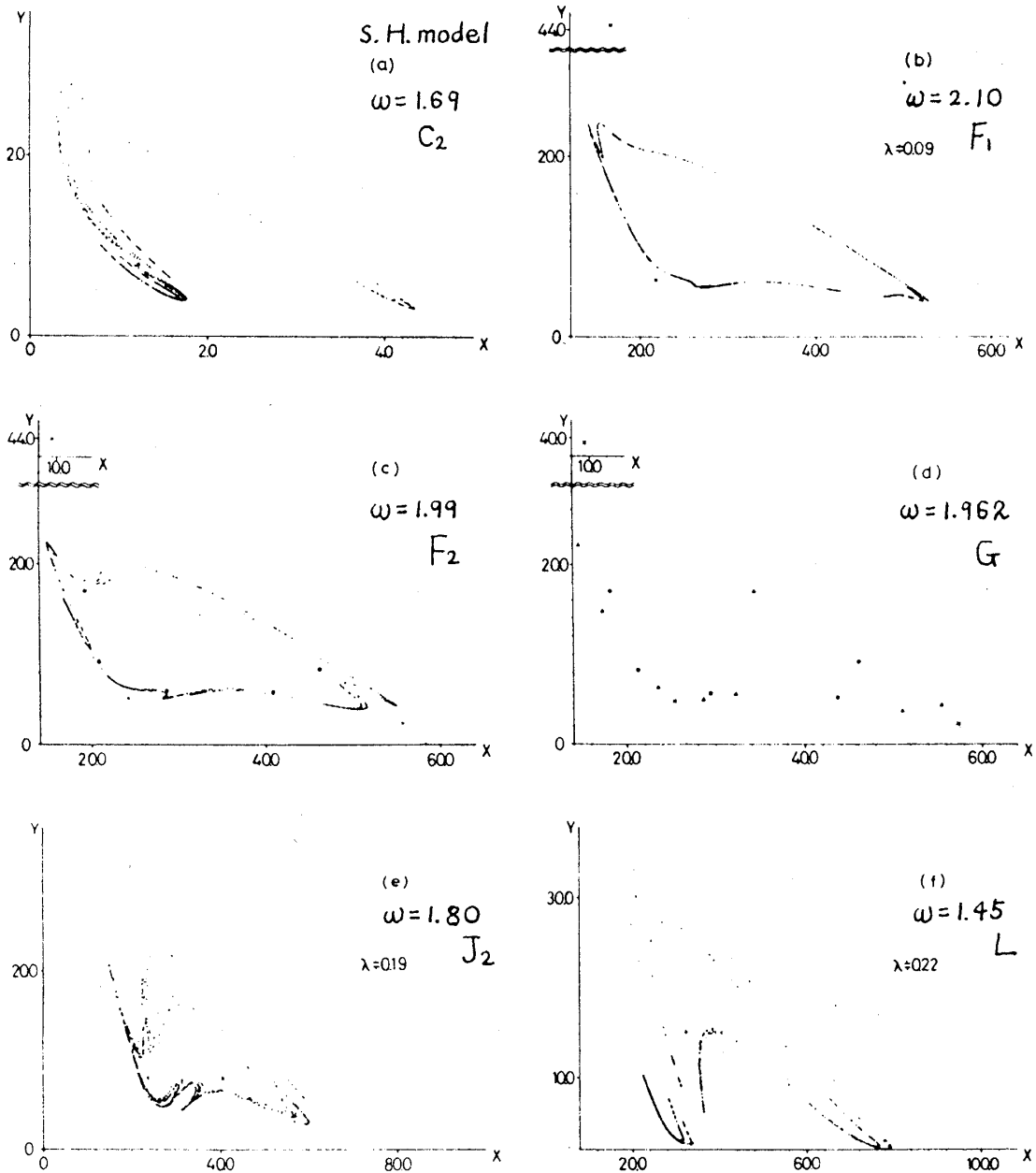


図 2

の意義（生理学的な）を有している事が示されるかも知れない。対応する実験が早急になされる事を望みたい。

なお、詳細は関連する文献も含めて、以下の文献を参照して下さい。

参 考 文 献

- 1) K. Tomita and H. Daido, Phys. Lett. 79A (1980), 133.
- 2) K. Tomita and H. Daido, 投稿準備中