集落・住民の形態分析の手法について

東大・生産技術研　原　広司
協同研究者
東大・生産技術研　藤井　明，門内輝行
昭和女子大　芦川　智
東大・宇宙航空研　渡辺健一
東大・教養　伊原信一郎

建築の空間は，さまざまな角度からとらえることが可能な，本来多義的な対象である。何故なら，建築の空間には＜意味＞があり，その意味は体験者によって異なるし，特定な体験者といえども，時間によって感受する意味は異なるからである。そうした観測者や時間によって見え方が異なる対象を，比較的安定した性格について客観的に記述し，類型化する手法を開発することが，さしあたりの目標である。

この場合，(イ)体験者の感受した意味を統計的に把えて対象のもつ意味性を規定する態度と，(ロ)幾何学的分析を行なって対象のもつ意味を提案する態度とがある。私たちは，後者に関心を払う。したがって，＜形＞に関心が払われる。

以下，私たちが開発している手法のいくつかを略述する。

(1)　記号論的分析

建築やその集合を，形体的要素に分解してその集合をユニバーサルな集合Xとしたとき，実在する建築やその集合の諸部分が，(a) Xのいかなる部分集合から構成されており，(b) その部分集合に属する諸要素がいかなる配列規則をもつかを分析しようとする。したがって，この分析は言語学的なモデルに相似して，ヴォキャブラリィとシンタックスの検討に近い。

この分析は，私たちが最近関心をもちはじめた方法で，景観的な分析，たとえば家並みの類似性と差異性の記述が目的である。形体的要素の抽出は，(i) 単純な幾何学的形体を基準にして，他の資料的な性質を補足的な基準とする方法，(ii) 要素を表示する言語を基準とする方法などによる。配列規則の記述に関しては，現在のところ(2)で述べるグラフにたよらざるをえない。

この手法の研究は，世界的に未だプリミティブな段階にとどまっている。その理由は，事物がもつ形の幾何学的な分類が遅れていることにある。私たちが行ったアフリカのサバンナの集

落群の景観的な類似性の分析が可能だったのは，サバンナの集落が，円筒，円錘，直方体といった純粋形体を要素とする分節的構成をもっていたからである。現在，日本の家並みを面としてとらえて記号論的な分析を検討している。

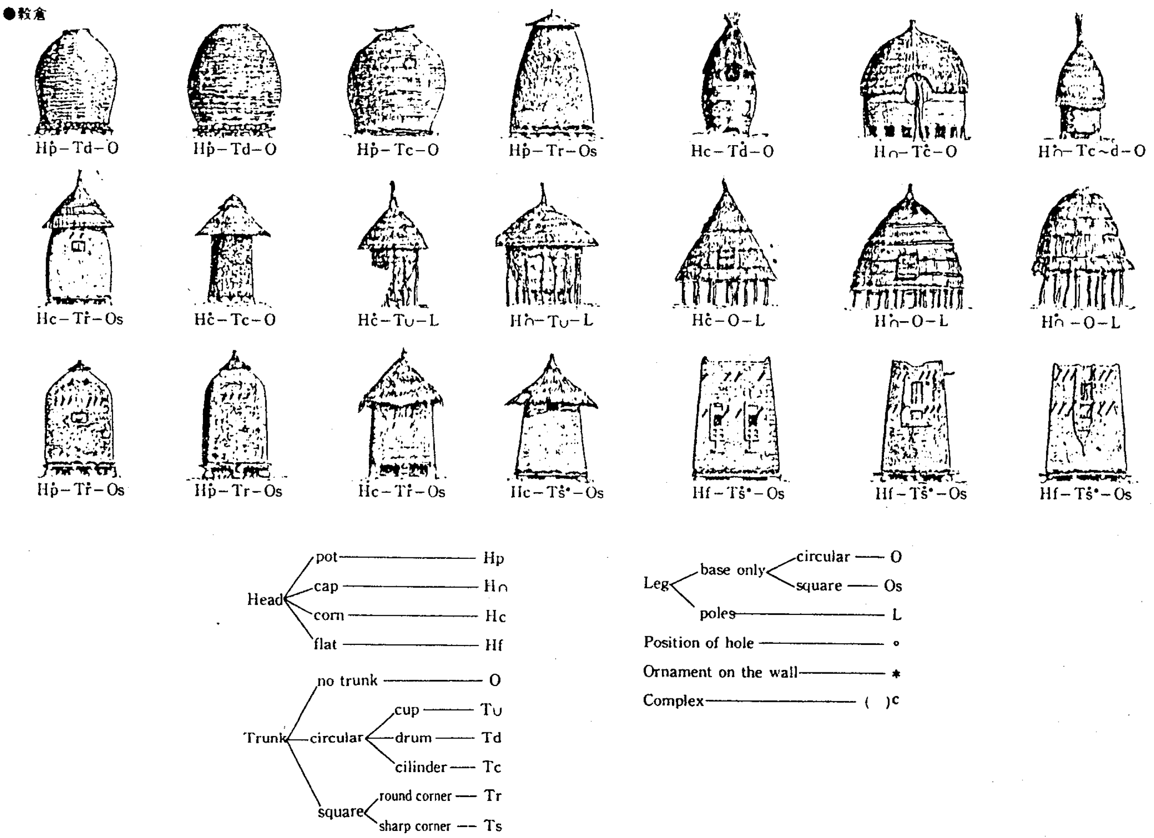


図 1　アフリカのサバンナ集落群の景観分析の一部。
姿図は集落群に現われた穀倉の形態の分類。

(2)　グラフによる分析

建築空間の plan（間取り）は，部屋や庭に分割されている。かりに，それぞれの図形的な要素が直和分割されているとして，その図形的な諸要素の隣接関係をグラフ表示する（実際には，(4)で述べるように，建築空間は諸領域が相互に重なりあっていて，単純にグラフ表示できない。）。隣接関係は，図形によって示された諸領域間を，人が直接移動できるかどうかで一意に定まる。

グラフの隣接行列を $A=(a_{ij})$ とする。グラフを単純にするために，点（頂点）が線（辺）で結ばれていれば $a_{ij}=1$，結ばれていなければ $a_{ij}=0$ とする。すると，A は非負行列となり，A が既約であれば，フロベニウスの定理がなりたつ。すなわち，A は正の最大固有値 λ_f をもち，それに対応して全てが正の要素からなる固有ベクトルが定まる（連結グラフは，既約である）。さらに，A は対称行列である。λ_f は，グラフの図形的な特性を表示する。たとえ

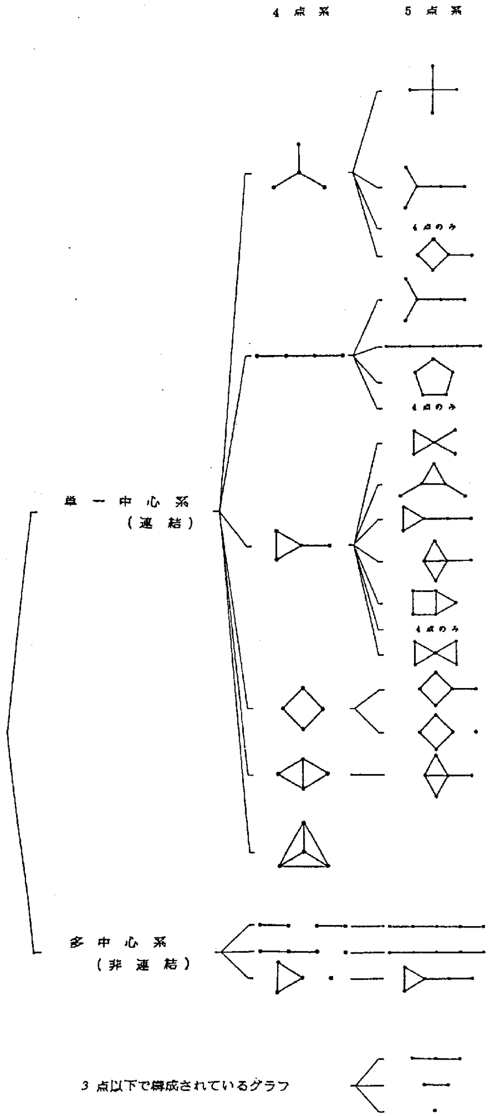
ば，完全グラフであれば，点の数をnとして，$\lambda_f=n-1$であり，グラフがツリーであれば$\lambda_f \geq \sqrt{n-1}$である。$\boldsymbol{x}$をベクトルとして，連立方程式を$A\boldsymbol{x}=\lambda\boldsymbol{x}$とする。$\boldsymbol{x}$の要素$x_i$を$\sum_i^n x_i=1$となるように固有ベクトルを定めれば，$\lambda_f=\sum_i^n v_i x_i$が方程式から簡単に求まる。ここに，$v_i$は$i$番目の点の線の数である。すなわち，$\boldsymbol{x}$を確率ベクトルをみなせば，$\lambda_f$はひとつの点の＜辺の期待値＞である。いいかえれば，λ_fはグラフの複雑さ，一体性，凝集性などをあらわす幾何学的な指標である。λ_fに対応する固有ベクトル$\boldsymbol{x}$をみると，要素x_iはグラフにおける重要度を表示する。すなわち，$x_i=\sum_k x_k/\lambda_f$（kはi番目の点に隣接する点の番号）である。$1/\lambda_f$は，均衡係数と言うべき数値であり，その意味するところはλ_fの性格上明らかである。

こうして，建築的なplanの図形的特性は，隣接性なる観点から，ひとつの数値λ_fとそれに対応する固有ベクトルによってあらわされる。固有ベクトルから，主要な点が選びだされ，それらの点による部分集合は部分グラフを指定する。この部分グラフは，グラフの簡略的表示とみなすことができ，部分グラフの点の数を適当にきめれば，グラフの形の類型化が可能となる。たとえば，住居の　　の分類がなされる。

グラフの最大固有値の問題は，数学の分野で研究されている。私たちは，グラフにおけるλ_fの意味を検討してきたが，もし次の仮説の証明ができれば，λ_fと固有ベクトルの応用範囲は著しく拡張される。＜連結グラフGにたいして，あらたに１点を附加し，Gの適当な１点v_pと結んでG^*をつくる。Gの最大固有値に対応する固有ベクトルを$\boldsymbol{x}=(x_i)$とする。v_pに対応する値をx_pとすれば，G^*の最大固有値が最大になるのは$x_p=\max\{x_i\}$のときである。＞ここで，Gからv_pを除いた部分グラフをG_pとし，G^*，G，G_pの固有方程式をφ^*，φ，φ_pであらわせば，$\varphi^*(\lambda)=\lambda\varphi(\lambda)-\varphi_p(\lambda)$なる関係がある。ここでは，グラフの問題の１例をあげたが，グラフには問題が山積しており，それらを解明することによって，図形相互の隣接関係がかなりはっきりする筈である。

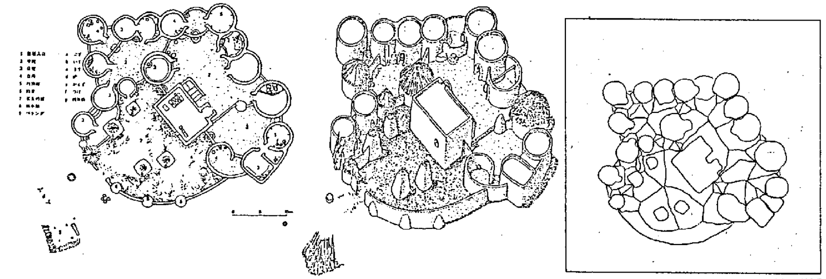
(3) 図形Ridgeによる分析

基本的には，単一閉曲線でかこわれた平面上の図形を，一次元下げて表示する手法の開発である。すなわち，図形の広義の＜中心＞を規定し，その＜中心＞をもって図形を代替する。この＜中心＞をRidge（R^*）と私たちは呼んでいる。R^*の定義を略述すれば，次の通りである。ある点Pから，閉曲線Cまでの距離を，$d(\mathrm{P},\mathrm{C})=\inf\{d(\mathrm{P},x)\mid x\in\mathrm{C}\}$とし，Cにたいする距離$\varepsilon$（$\geq 0$）の平行閉曲線$\mathrm{C}_\varepsilon'$を次のように決める。すなわち，$\mathrm{C}_\varepsilon'=\{\mathrm{P}\mid d(\mathrm{P},\mathrm{C})=\varepsilon\}$（PはCと同一平面内にあるものとする。）。$\mathrm{C}_\varepsilon'$はCの内外に描ける。これを$\mathrm{C}_\varepsilon'[\mathrm{i}]$，

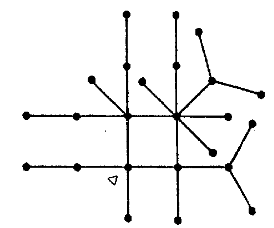


分類の体系図

Sumbrungu (Ghana)

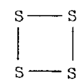


平面のグラフ表示

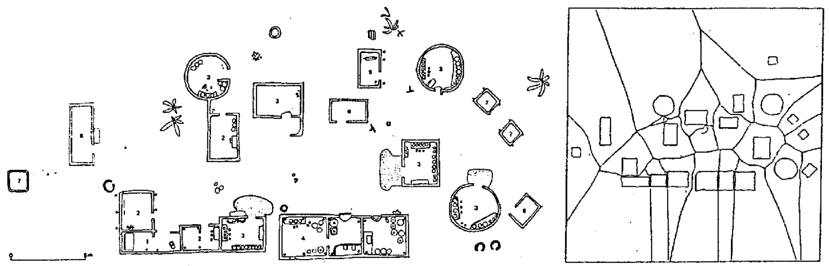


次数列表示 $24(7\ 5\ 4^2 3^2 2^5 1^{13})24$	
直径	.6
Eからの最大距離	4
均質度	0.917
辺・頂点比	1.000
辺充足率	0.364
閉路充足率	0.023
π指標	4.000
最大固有値	3.128

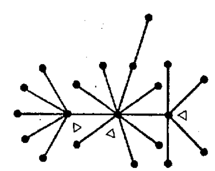
グラフの簡略化
G (4, V)



Kielo (Ivory Coast)



平面のグラフ表示



次数列表示 $20(9\ 6\ 5\ 2\ 1^{16})19$	
直径	.4
Eからの最大距離	2
均質度	0.897
辺・頂点比	0.950
辺充足率	0.352
閉路充足率	0.000
π指標	4.750
最大固有値	3.256

グラフの簡略化
G (4, V)

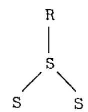


図2　世界の住居の plan（間取り）の分析と類型化の手法
住居プランをグラフ表示し，グラフを簡略化して分類する。なお，庭の領域に距離の位相を与え，R^* の概念によって領域区分した図が附加してある。

$C_\varepsilon'[e]$と書く。C_ε'を媒介にして，Cの特異点の集合R_Cを次のように定義する。$R_C=\{x^* \mid x^* \in C,\ {}^\forall\varepsilon(>0)\,[d(x^*, C_\varepsilon'[i])>\varepsilon$ あるいは $d(x^*, C_\varepsilon'[e])>\varepsilon]$。Cの内外に描かれる平行閉曲線の集合を$\{C_\varepsilon'\}$であらわせば，$\{C_\varepsilon'\}$の特異点の集合をCのRidge($R^*$)とする。すなわち，$R^*=\{R_C' \mid R_C'$ はC′の特異点の集合，$C' \in \{C_\varepsilon'\}\}$。

一般には，C内のR^*に関心が払われる。C内のR^*を別の表現をもってすれば，簡単に言って，Cの2点以上に接する内接円の中心点の集合である(厳密な規定があるが省く)。このR^*の応用は，図形の簡単化，図形の領域区分，図形の線的な表示等にある。藤井は，R^*の定義を明快にするとともに計算機によるR^*の自動表示を開発した。

ところで，通常私たちが分析対象にするのは，多重閉曲線図(等高線図)である。R^3における閉曲面のR^*も想定でき，それは曲面と曲線の複合体となるであろう。そして，閉曲面の部分である等高線図の表面にもR^*はあらわれる。しかし，等高線図は一般になめらかな曲面として描かれる傾向があるので，曲面上の特異点の集合は，立体的なR^*を配慮しつつ，新たに規定した方が便利である。そこで，芦川は，曲面上の点を，その点を通過する流線の形態によって分類し，特性づけられた点の集合R^fを抽出した。R^fとR^*との関係については，条件つきで，$\psi(R^f)\subset\psi(R^*)$がいえそうである。$R^f$を用いて，曲面上の領域区分，特性ある点の抽出などが可能になる。

R^2，R^3におけるR^*は，閉曲線，閉曲面の性状のいかんにかかわらず一意に存在するかどうか疑問が残る。特に閉曲面の場合には，想起できないような複雑な事例があると予想されるため，私たちは，図像処理の手法としてあつかい，数学的な概念として主張することには，一歩留保している。

(4) 位相を導入した図形群

建築の平面図(間取り図)は，図形の集合である。これを<plan>という。この図形にふくまれる点の集合に，位相構造を与えたものを<盤>とよぶ。つまり，<盤>は，図形の内部あるいは図形相互のあいだで，点の部分集合が規定された空間の複合体である。

グラフ分析の対象となる図形の集合では，図形が固定された要素にとどまるが，<盤>は図形の質的な類型を表示する。図形にたいして，W，S，P，Rの類型を与える。Wはおおむね<盤>から削除される部分であり，実際には，planで壁や柱がこれに該当する。Sには，ふつうの距離位相τ_d，離散位相τ_∞，中心をもった位相τ_cなどが与えられ，実際には，庭や広場がこれに該当する。Pには密着位相τ_0が与えられるが，Pは原則的にSに接して存在しており，Pの境界点の近傍は，P全体をふくむS∪Pの開集合であるとする。つまり，S∪Pにたいし

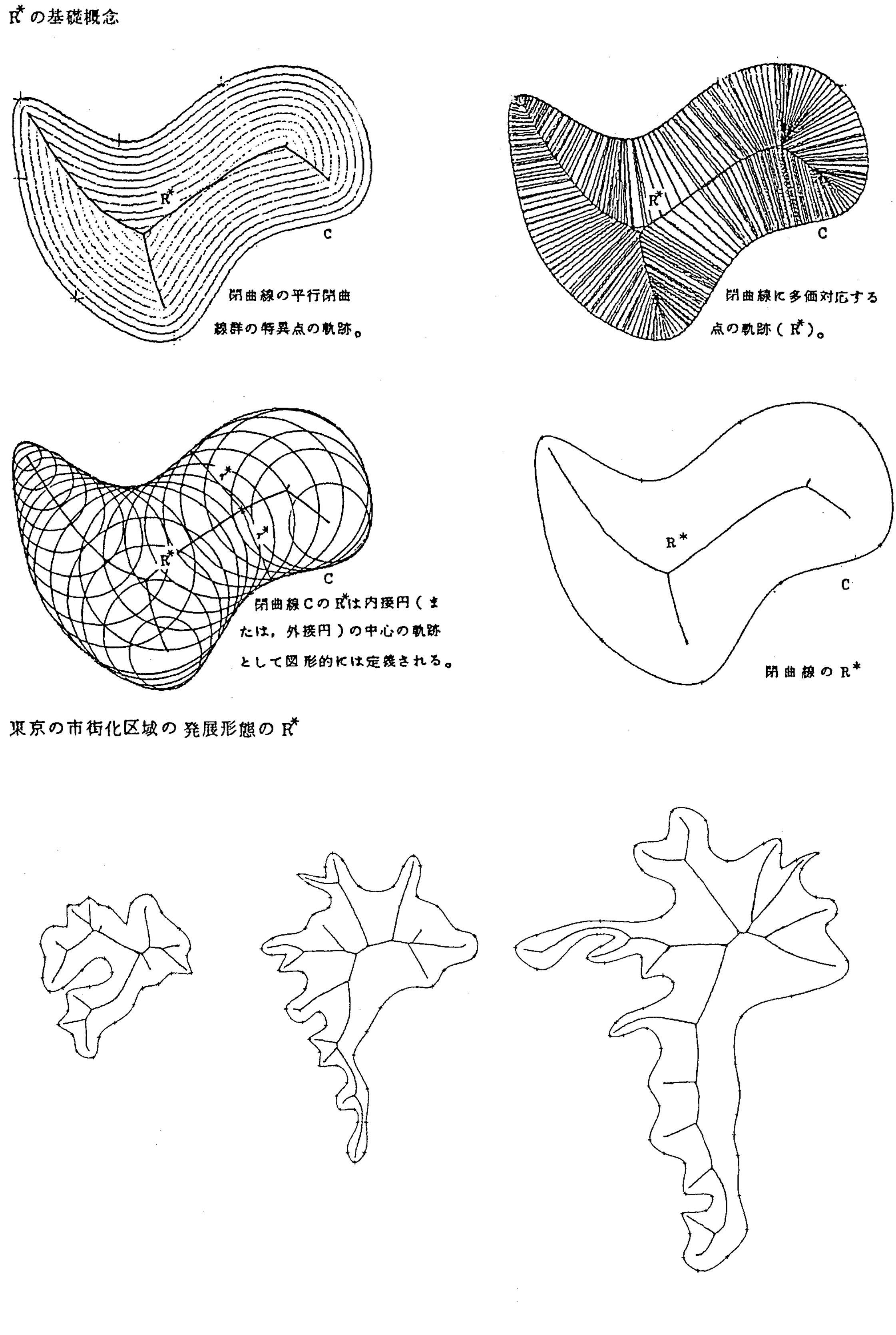


図３　R^*の基本概念の図示と応用例

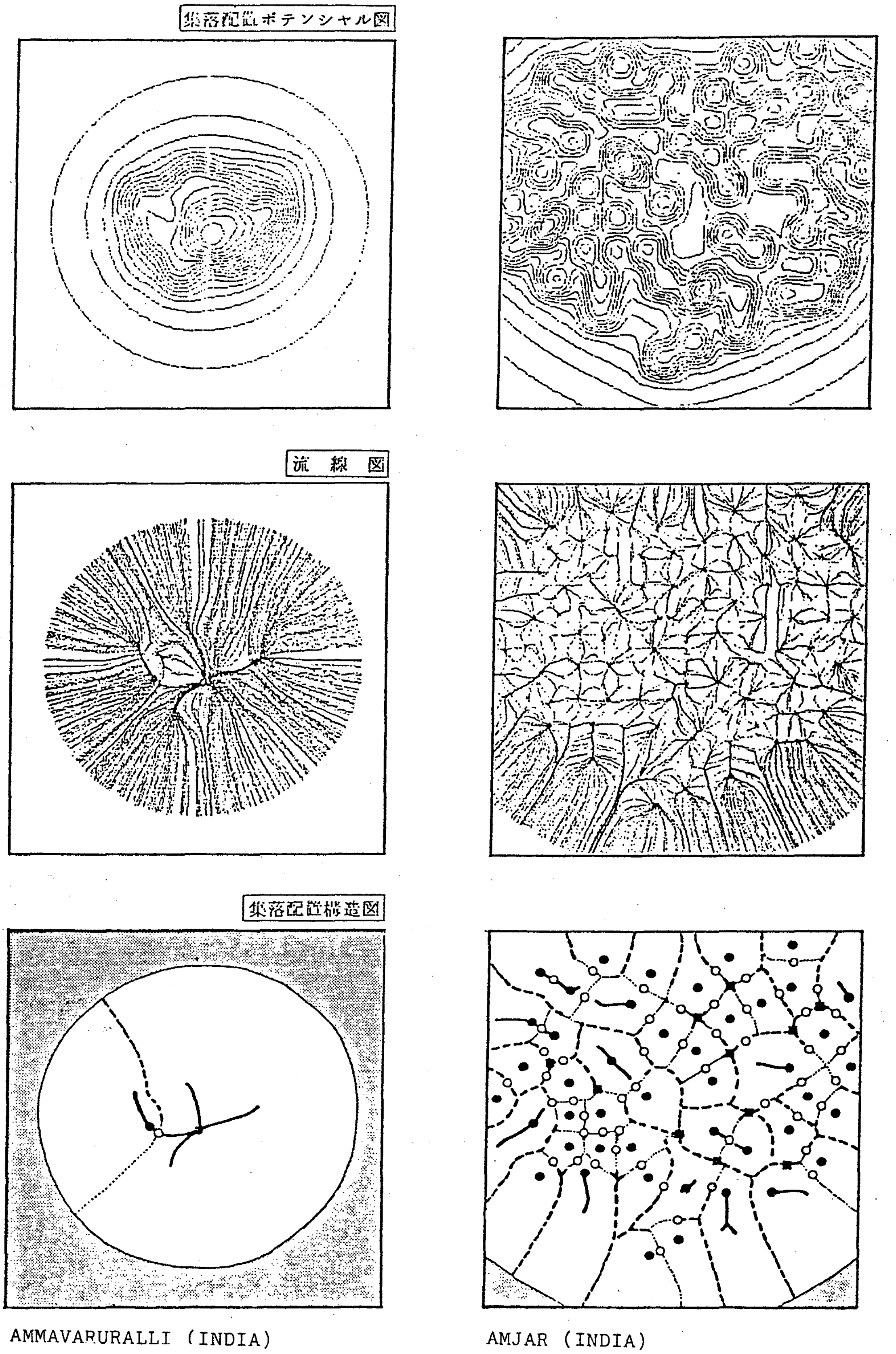


図４　インドの集落の R^f による形態分析図
ポテンシャル図は，点Ｐの量 φ（Ｐ）を次式で与えている。$\varphi(\mathrm{P})=\int \frac{M}{r^{1.5}}dS$：
r はＰから dS までの距離。MdS は建築化された面積。

てはSとPの合併位相τ_{SP}が与られる。実際には，Pには，あずまや，軒先などの境界がさだかでない生活領域が該当する。Rは，Wによって<盤>からとりはずされる。この場合ふたつの種類があって，ひとつは閉鎖性の高い部屋，あるいはその集合で，密着位相τ_0やこれに準ずる粗い位相τ_Nが与られ，もうひとつは，<盤>と同じような構造をもつ複合体$R_{complex}$である。$R_{complex}$によって，<盤>は一種の入れ子構造をもつ。

こうして図形に位相を導入し，建築空間の組み立てを類型化する研究を現在すすめている。

以上，類似した研究をすすめている方々の御指導を仰ぎたいと願い，研究中の手法を簡単に紹介した。

ランダムな図形の物理的表現

九大・理　森　　　肇

ランダムな形をもつ構造としてよく知られているものに

1）ブラウン曲線，溶液中の高分子鎖

2）海岸線，島，山岳

3）浸透（percolation）のクラスター，二次相転移の臨界点近傍のクラスター

4）発達した乱流の渦糸

5）散逸力学系の奇妙なアトラクタ

等がある。これらは，直線，正多面体，円錘等を理想化された極限図形とする通常の幾何学とは全く異る種類の図形に属する。これらランダムな構造の幾何学的特徴を捉えるものとして，ここでは，2つの巨視的指数

a）次元D（相似次元，Hausdorff次元）

b）拡りの指数ν

を議論した。ランダムな構造の特徴として，次元Dは非整数となる。このことは，1)，2)，3)の例については比較的によく知られている。[1,2] 4)，5)の例についても，非整数の次元Dが有用な物理量であることが判明してきた。[3] 拡りの指数νは，溶液中の高分子鎖の拡りを特徴ずけるものとしてよく知られているものである[4]が，他の例でも，特に，乱流の異常拡散（渦糸の拡りの時間的異常増加）や奇妙なアトラクタ上の拡散過程を特徴ずけるのに有用な物理量で