研究会報告

「広領域の相転移物理学」

(1981年8月26日受理)

7月6～8日の3日間，上記の研究会の拡大世話人会を開いた。参加者は約15名程であった。最近，相転移の概念は，非常に広い分野で使われるようになり，しかも，それぞれの分野で本質的な役割を果しているように思われる。例えば，素粒子の統一理論においても，相転移の基本的概念である「自発的対称性の破れ」が重要な役割を果しているようである。このように，広範囲にわたる研究者が共通の基本的概念を用いて研究できることは，大変すばらしいことである。そこで，今回は，主として，素粒子の閉じ込めに関する仕事をしている人と，統計物理の相転移のうちで前者と関連のありそうな仕事をしている人が集まって，つっこんだ討論を行った。互に，あまりにも本質的に類似した内容の仕事をしていることを発見し，驚きを感じた次第である。これが刺激となって，今後の研究が益々発展するものと期待される。

世話人代表　　鈴 木 増 雄

研 究 会 の 目 次

鈴木増雄

11.　高野宏（東大理）　動的臨界現象

「相転移のいくつかの側面」

東大・理　　鈴　木　増　雄

相転移の統計力学の中で興味あるいくつかの話題について説明した。

1. 量子系の基底状態（d次元）と（$d+1$）次元古典系との等価性。[1] 例えば，オンサーガーの２次元イジング模型は，１次元量子XY模型の基底状態と完全に等価である。最近は，いろいろなモデルの間の等価性が発見されている。[2]

2. クロスオーバー効果。特に量子的クロスオーバー効果は，低温の相転移で重要になる。[3] 有限サイズのクロスオーバー及びスケーリング則[4),5)]は，モンテカルロ法による計算機実験を解析するときに大変役に立つ。[6)〜8)] 対称性のクロスオーバー効果[9)〜11)]は，わずかに異方性のある物質を実験するとき重要である。次元のクロスオーバー効果[10),11)]も実験的に検証されている。[12]

3. 動的なセル解析とスケーリング則。Kadanoff [13]の平衡系におけるセル解析による静的スケーリング理論を動的に拡張して，動的スケーリング理論を導くことができる。[14] この方法は，最近，確率過程の臨界緩和，特に long-time tail の指数を現象論的に導くのに有効に使われている。[15]

4. 相転移と解析性。秩序パラメタと共役な外場を与えると系の対称性は破れ，自由エネルギーは，解析的になる。Lee と Yang [16]は，強磁性イジング模型に対してこれを厳密に証明した。これは，分配関数の零点がフーガシティ平面上で単位円周上にあるという円定理から示される。この定理の量子スピン系への拡張も行われている。[17),18)]

5. スケルトン秩序パラメタとスケルトンハミルトニアン。[19] 自由エネルギーの解析性を回復し，系の対称性をもっとも見易い形にする秩序パラメタを，スケルトン（skelton）秩序パラメタと呼ぶ。そういう変数で表現されたハミルトニアンをスケルトンハミルトニアンと呼ぶ。このように，秩序パラメタやハミルトニアンをスケルトン化（skeltonization）することは，相転移の研究にとって基本的に重要である。これは，くりこみ群の準備段階にもなっている。[19]

6. 臨界指数と普遍性。臨界現象は長距離のゆらぎによって起るのであるから，系の細かい事には依らず，系の基本的な特徴を表わすパラメタである次元d，対称性n，ポテンシャルレインジのようなものにだけ依存すると考えられていた。[20),21)] しかし，Baxter の eight vertex

model の解[22)]では，この信念が破れている。そこで著者は，新しい普遍性 の概念を提唱した。[23), 24)] それは，臨界指数を温度差 $T-T_c$ の巾乗で定義せず，臨界現象にとってもっとも基本的な相関距離 ξ または，その逆数 $\kappa\equiv\xi^{-1}$ をもとに，巾乗を $Q\sim\kappa^{\varphi_Q}$ のように物理量 Q に対して定義する。こうすると，φ_Q は普遍的であることが主張される。[23), 24)] 例えば，臨界指数 α，β，γ，δ，η に対して

$$\hat{\gamma}\equiv\gamma/\nu,\quad \hat{\beta}\equiv\beta/\nu,\quad 2-\hat{\alpha}\equiv(2-\alpha)/\nu,\quad \hat{\delta}=\delta,\quad \hat{\eta}=\eta\cdots\text{普遍} \tag{1}$$

となる。但し，$\kappa\sim(T-T_c)^{\nu}$。すなわち，ν で規格化された臨界指数は，一般に普遍であると期待される。ν そのものは，場合によっては，系の細かい構造によって連続的に変化することもあり得る。[22)] ついでに，この臨界指数が連続的に変り得るかどうかを，Baxter model[22)] のような具体的なモデルで調べるには，超摂動法[25)]を用いればよい。すなわち，相互作用の性質を変えるパラメタを λ として，この λ によって臨界指数が $\varphi(\lambda)$ のように変化するとする。物理量 Q を，$Q\sim(T-T_c(\lambda))^{-\varphi(\lambda)}$ とおくと，その λ に関する一次の摂動 Q_1 (i.e.，$Q=Q_0+Q_1+\cdots$) は

$$Q_1=-\varphi_1\lambda Q_0\ \ln|T-T_c(0)|+\lambda\varphi_0 T_c'(0)\,Q_0\,(T-T_c(0))^{-1} \tag{2}$$

一方直接 Q をその定義に従って λ の一次まで求めて，

$$Q_1=\lambda AQ_0\ \ln|T-T_c(0)|+\lambda BQ_0\,(T-T_c(0))^{-1} \tag{3}$$

と求まったとすれば，(2)と(3)を比較して，臨界指数の λ に関する一次の項 φ_1 (i.e.，$\varphi(\lambda)=\varphi_0+\lambda\varphi_1+\cdots$) は，$\varphi_1=-A$ と推定される。同様に，$T_c'(0)=B/\varphi_0$．この方法は，λ として，内部自由度 n の逆数 $1/n$ をとった場合には，$n\to\infty$ (i.e.，$\lambda=0$) がよく知られた spherical model になるので[26), 27)]，Q の摂動が容易に計算でき，いろいろな物理量に対する臨界指数が $1/n$ ―展開の形で低次（主に一次）の項が求められている。[28), 29)]

その他，ランダムネスと臨界指数の変化[30), 31)] 等にふれた。この他にもまだ興味ある話題が多数あるが，それは，次の機会に譲りたい。

文　献

1) M. Suzuki, Prog. Theor. Phys. **46** (1971), 1337; ibid. **56** (1976), 1454; ibid **58** (1977), 755.

2) 鈴木増雄，固体物理 **14** (1979) 723 及びその中の文献。

3) M. Suzuki, Prog. Theor. Phys. **56** (1976), 1007.

4) M. E. Fisher and M. N. Barber, Phys. Rev. Lett. **28** (1972), 1516.

5) M. Suzuki, Prog. Theor. Phys. **58** (1977), 1142.

6) M.C. Yalabik and J.D. Gunton, Prog. Theor. Phys. **62** (1979), 1573.

7) R. Pandit, G. Forgacs and P. Rujan, preprint.

8) H. Takano, 同研究会報告。

9) E. Riedel and F. Wegner, Z. Phys. **225** (1969), 195.

10) R. Abe, Prog. Theor. Phys. **44** (1970), 339.

11) M. Suzuki, Prog. Theor. Phys. **46** (1971), 1054.

12) K. Hirakawa and K. Ubukoshi, J. Phys. Soc. Japan. **50** (1981), 1909.

13) L.P. Kadanoff, Physics, **2** (1966), 263.

14) M. Suzuki, Prog. Theor. Phys. **51** (1974), 1257.

15) M. Suzuki and K. Kaneko, Prog. Theor. Phys. (submitted)

16) T.D. Lee and C.N. Yang, Phys. Rev. **87** (1952), 410.

17) T. Asano, J. Phys. Soc. Japan **29** (1970), 350.

18) M. Suzuki and M.E. Fisher, J. math. Phys. **12** (1971), 235.

19) M. Suzuki, preprint　及び久保亮五先生還暦記念事業実行委員会編「統計力学の進歩」(裳華房, 1981) の中の「相転移の統計力学」(鈴木増雄) の章参照。

20) L.P. Kadanoff, *Proceedings of the Enrico Fermi Summer School,* edited by M. S. Green (Academic Press, 1972).

21) R.B. Griffiths, Phys. Rev. Letters **24** (1970), 1479.

22) R.J. Baxter, Ann. Phys. (N.Y.) **70** (1972), 193.

23) M. Suzuki, Prog. Theor. Phys. **51** (1974), 1992.

24) M. Suzuki, Proceedings of the International Conference, " Frontiers of Theoretical Physics " held at New Delhi, January 6–21, 1977, Edited by F.C. Auluck, L.S. Kothari and V.S. Nanda.

25) M. Suzuki, Phys. Rev. Letters, **28** (1972), 507. M. Suzuki, Prog. Theor. Phys **50** (1973), 393 も参照せよ。

26) T.H. Berlin and M. Kac. Phys. Rev. **86** (1952), 821.

27) H.E. Stanley, Phys. Rev. **176** (1968), 718.

28) R. Abe, Prog. Theor. Phys. **48** (1972), 1414; **49** (1973), 113. R. Abe and S. Hikami, Prog. Theor. Phys. **49** (1973), 442.

29) M. Suzuki, Phys. Letters **42A** (1972), 5; Prog. Theor. Phys. **49** (1973), 424, 1106, 1440, 1451; in Proceedings of the Conference on *Renormalization Group in Critical Phenomena and Quantum Field Theory*, May, 1973 (Temple University).
30) M. Suzuki, J. Phys. C : Solid State **7** (1974), 255.
31) R.Z. Bariev, Zh. Eksp. Teor. **77** (1979), 1217. R.M. McCoy and J.H.H. Perk, Phys. Rev. Letters. **44** (1980), 840.

離散群格子ゲージ模型と Migdal 近似*)

九大・理　井 町 昌 弘

§ 1. Quark の「とじこめ」と Lattice Gauge Theory

陽子，中性子，π中間子等のハドロンと呼ばれる素粒子は現在では複数個の quark から出来ていると考えられている。quark は量子電気力学（アーベル群に従う）を非アーベル群 $SU(3)$に拡張した量子色力学（QCD）におけるゲージ場 gluon を媒介して結合しており，しかも quark とか gluon とかの「色つき」の粒子は決してハドロンという「色なし」の状態の外部へとり出すことが出来ない，いわゆる「とじこめ（Confinement）」機構が働いている，らしいことが分ってきた。これが長距離における QCD の著しい特徴である。QCDのいま一つの特徴は近距離にいけばいく程 coupling constant がゼロに近づくといういわゆる「漸近自由」と呼ばれる性質をもっていることが摂動論にもとづいて証明されており，長距離（$g\to$大）でのとじこめと近距離での漸近自由（$g\to 0$）が両立する世界が我々の世界であるとすると，相転移はないと期待される。さて連続時空の場の理論で長距離即ち強結合領域でとじこめを証明することは QCD の非線型性のために極めて難しい課題であるが，連続時空での問題を格子時空におきかえ統計物理的手法を用いることによってある程度まで理解することが可能になった。Wilson はアーベル群 $U(1)$に基く格子ゲージ模型を提唱し，strong coupling（S. C.）ではとじこめ=「面積則」を，weak coupling（W. C.）では通常の QED の Lagrangian に戻ることを示した[1]; partition function $<Z>$ は

$<Z> = \int \pi\, dU \quad \exp(-S(U))$,　action は

*) 米山，河辺幸との共同研究。