

Title	Real Space Renormalization Group Approach to the Kinetic Ising Model
Author(s)	高野, 宏
Citation	物性研究 (1981), 37(2): 139-142
Issue Date	1981-11-20
URL	<a href="http://hdl.handle.net/2433/90382">http://hdl.handle.net/2433/90382</a>
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

という性質を用いると以下のように書けることがわかる。

$$\Phi_{LT}(k=0, t) = -2 \frac{\chi_{LZ}}{\chi_Z} g M \delta(t) \quad (4)$$

以上より(1)式の  $b$  に対応する項  $[\chi_{LZ} - \frac{1}{gM} \chi_Z \Phi_{LT}] \times D_k^{-1}$  は  $k$  に比例することになる。よって(2)式より  $\Gamma_k$  は長波長において  $k^2$  に比例するという結論が得られる。この結果は2流体モデルに従って得られるものと一致する。

以上わかったことをまとめると次のようになる。 $\sigma_L$  の局所平衡への緩和時間  $\tau_k$  は  $k \rightarrow 0$  で決してマイクロな大きさではなく、逆に発散する。しかしそれにもかかわらず  $\sigma_L$  はスピン波を記述する変数にはなり得ない。なぜならば、スピン波を表す変数  $\sigma_T$  の運動方程式に入ってくる  $\sigma_L$  の係数  $b$  が  $k$  に比例し、長波長で  $\sigma_L$  と  $\sigma_T$  が運動方程式において非常に弱い結合しかもたぬようになるからである。又それによってスピン波の減衰定数  $\Gamma_k$  も  $k^2$  に比例する。

## 文 献

- 1) B. I. Halperin and P. C. Hohenberg, Phys. Rev. **188** (1969) 898.
- 2) D. L. Huber, Phys. Rev. **B3** (1970) 805.
- 3) J. Villain, Solid State Comm. **8** (1970) 31.
- 4) R. Shirota, K. Miyake, M. Ito and K. Yamada, Prog. Theor. Phys. **66** (1981) No. 2.

## Real Space Renormalization Group Approach to the Kinetic Ising Model

東大・理 高野 宏

実空間くりこみ群の方法は2次元のイジング的スピン系に用いられ静的臨界現象に関し良い結果を与えている。<sup>1)</sup> 最近、この実空間くりこみ群の方法を用いて2次元キネティック・イジング模型(KIM)の動的臨界現象を調べようという試みがいろいろ行なわれている。<sup>2),3)</sup>

時刻  $t$  においてイジング・スピンの配置が  $\{\sigma\}$  である確率分布を  $P_t(\{\sigma\})$  とすると、KIM ではこの  $P_t$  の時間発展は

$$\partial_t P_t = \Gamma P_t \quad (1)$$

高野宏

という方程式に従う。時間発展演算子  $\Gamma$  は、例えば

$$\Gamma = - \sum_{j=1}^N (1 - F_j) W_j(\sigma_j) \quad (2)$$

のような形をしている。ここで  $F_j$  は格子点  $j$  にあるイジング・スピン  $\sigma_j$  を反転させる演算子である。即ち、 $F_j f(\sigma_1, \dots, \sigma_j, \dots, \sigma_N) = f(\sigma_1, \dots, -\sigma_j, \dots, \sigma_N)$ 。  $W_j(\sigma_j)$  は、 $\sigma_j$  が反転した状態へ移る遷移確率で、detailed balance の条件

$$W_j(\sigma_j) P_{st}(\sigma_1, \dots, \sigma_j, \dots, \sigma_N) = W_j(-\sigma_j) P_{st}(\sigma_1, \dots, -\sigma_j, \dots, \sigma_N) \quad (3)$$

を満たしていなければならないが、その他には特に  $W_j(\sigma_j)$  の形に制約はない。ここで  $P_{st}$  は平衡状態の分布関数である。

我々は、いろいろな量の緩和時間の臨界点近傍での異常性に興味がある。例えば、磁化  $M = \sum_j \sigma_j$  の緩和時間  $\tau_M$  は

$$\tau_M = \int_0^\infty dt \frac{\langle M(t)M(0) \rangle}{\langle M(0)M(0) \rangle} \quad (4)$$

で与えられる。ただし

$$\langle M(t)M(0) \rangle = \text{Tr}_{\{\sigma\}} M e^{\Gamma t} P_{st} M \quad (5)$$

は平衡での相関関数である。  $\tau_M$  は臨界点  $T_c$  の近傍で  $\tau_M \sim |T - T_c|^{-d}$  のような異常性を示し、 $T_c$  で発散することが期待される。

平衡状態で、2つの時刻での条件付き確率

$$G_t(\{\sigma\} | \{\sigma'\}) = e^{\Gamma t} \delta(\{\sigma\} | \{\sigma'\}) P_{st}(\{\sigma'\}) \quad (6)$$

を考える。ただし

$$\delta(\{\sigma\} | \{\sigma'\}) = \begin{cases} 1, & \{\sigma\} = \{\sigma'\} \text{の時} \\ 0, & \{\sigma\} \neq \{\sigma'\} \text{の時} \end{cases} \quad (7)$$

である。この  $G_t(\{\sigma\} | \{\sigma'\})$  の各時刻でのスピン配置  $\{\sigma\}$ ,  $\{\sigma'\}$  を粗視化したものを  $G'_t(\{\mu\} | \{\mu'\})$  とする。ここで  $\{\mu\}$ ,  $\{\mu'\}$  は粗視化したスピンの配置である。この  $G'_t$  をくりこまれた条件付き確率とみなして、この  $G'_t$  の時間発展演算子  $\Gamma'$  を求めることによりくりこみ変換が定義される。<sup>2),3)</sup> この際、固定点において時間を  $t \rightarrow t' = \ell^{-z} t$  のようにスケールして、 $\Gamma$  がくりこまれても不変になるように (固定点で  $\ell^z \Gamma' = \Gamma$  となるように) する。ここで  $\ell$  は

粗視化の際の長さのスケールの変化の割合で、 $z$  は dynamical critical exponent と呼ばれている。相関距離  $\xi$  の臨界指数  $\nu$  ( $\xi \sim |T - T_c|^{-\nu}$ ) を用いて、前述の指数  $d$  は  $d = \nu z$  と表わされる。

(1), (2)式のような 2次元 KIM に対して、高温展開は  $z = 2.0 \pm 0.05$ <sup>4)</sup>,  $z = 2.125 \pm 0.01$ <sup>5)</sup> モンテ・カルロ法は  $z = 1.85 \pm 0.10$ <sup>6)</sup>, 最近のくりこみ群とモンテ・カルロ法を組み合わせた方法では  $z = 2.22 \pm 0.13$ <sup>7)</sup> という結果を与えている。

実空間くりこみ群の方法で、上記のくりこみ変換の手続きを実行する際には 2つの問題点がある。ひとつは、粗視化に伴って生じる memory effect の扱い方であり、もうひとつは、どのような摂動展開を用いるかである。

memory effect の扱い方には次のような 3つの方法が考えられるが、それぞれ困難な点がある。1番目は、 $G'_t$  の従う方程式を  $\partial_t G'_t = \Gamma'_t G'_t$  の形に求める方法で、 $\Gamma'_t$  が時刻  $t$  に依存する。我々は系の長時間での振舞いを知りたいので、通常  $\Gamma' = \lim_{t \rightarrow \infty} \Gamma'_t$  と近似する。しかし、KIM では用いる摂動展開が短時間での展開となってしまう  $t \rightarrow \infty$  の極限がとれない。2番目は、 $G'_s = \int_0^\infty dt e^{-st} G'_t$  とラプラス変換して、 $sG'_s = \Gamma'_s G'_s + G'_{t=0}$  の形の方程式を求める方法で、 $\Gamma'_s$  が  $s$  に依存する。この場合も、系の長時間での振舞いを見る、 $\tau_M$  ((4)式) のような量を見るという理由で、 $\Gamma' = \lim_{s \rightarrow 0} \Gamma'_s$  という Markov 近似を行なう。この方法には、 $\Gamma'$  に非局所的な形の項が現われるという困難がある。3番目は Mazenko らの方法<sup>2)</sup> で、上記のような  $t$  依存性、 $s$  依存性が現われないように、くりこみ変換を選ぶというものである。しかし、この方法で用いる摂動展開の方法には、次に述べるような困難がある。

摂動展開に関する問題とは、静的臨界現象の場合に実空間くりこみ群の方法で通常用いる cumulant expansion (セル内の相互作用は厳密に扱い、セル間の相互作用は摂動的に扱う) は、動的臨界現象の場合には用いることができないということである<sup>3)</sup>。これは、相互作用の扱い方が平等でないために、 $\Gamma'$  に含まれている情報だけでは、 $\Gamma$  を特徴づけるパラメターの recursion relation を unique に決められないということである。

ここでは、memory effect の扱い方としては 2番目の方法を用いた。摂動展開としては、Betts ら<sup>8)</sup> によって静的臨界現象の場合に用いられた高温展開の方法を用いた。この方法は、最隣接相互作用の強さを  $K_1$  とする時、 $v_1 \equiv \tanh K_1$  に関する展開を行なうもので、すべての相互作用を平等に扱っている。三角格子で摂動の 2次迄の計算で次のような結果が得られた。

memory effect により、 $\Gamma'$  の中に非局所的なスピン反転の演算子の項が現われた。例えば  $N$  個の格子点のうちの任意の 2 個の格子点で同時にスピンが反転するような演算子である。しかし、これらの非局所的な (最隣接等に限定されていない) 項は、摂動の 2次迄の計算では、

高野宏

固定点のまわりで irrelevant であることが示せる。

最隣接相互作用のみの場合の臨界点は  $\nu_{1c} \simeq 0.30$  (厳密解は  $\nu_{1c} \simeq 0.27$ ), 臨界指数は  $1/\nu \simeq 0.99$  (厳密解は  $1/\nu = 1$ ),  $z \simeq 2.23$  となった。これらの数値は, 知られている結果と良く一致している。

さらに高次の計算は, 非局所的な項をより直接的に扱わなければならないので, 非常に困難である。

## 文 献

- 1) T. Niemeijer and J. M. J. van Leeuwen in *Phase Transitions and Critical Phenomena* vol. 6, edited by C. Domb and M. S. Green, (Academic Press, London, 1976).
- 2) G. F. Mazenko, M. J. Nolan and O. T. Valls, *Phys. Rev.* **B22** (1980), 1263 and *ibid.* 1275; G. F. Mazenko, J. Hirsch, M. J. Nolan and O. T. Valls, *Phys. Rev.* **B23** (1981), 1431.
- 3) U. Decker and F. Haake, *Z. Physik* **B36** (1980), 379.
- 4) H. Yahata and M. Suzuki, *J. Phys. Soc. Japan* **27** (1969), 1421.
- 5) Z. Rácz and M. F. Collins, *Phys. Rev.* **B13** (1976), 3074.
- 6) E. Stoll, K. Binder and T. Schneider, *Phys. Rev.* **B8** (1973), 3266.
- 7) J. Tobochnik, S. Sarker and R. Cordery, *Phys. Rev. Lett.* **46** (1981), 1417.
- 8) D. D. Betts, D. Cuthiell and M. Plischke, *Physica* **98A** (1979), 27.