アンダーソンモデルの基底エネルギー

阪大工　　塱地斐男　川上則雄

アンダーソンハミルトニアンは Bethe Ansatz を用いれば厳密に解き得るものであることを P.B. Wiegmann が指摘した。先ずそれについて簡単に述べる。

アンダーソンハミルトニアン

$$\mathcal{H} = \sum_{k,\sigma} \epsilon_k C^+_{k\sigma} C_{k\sigma} + \sum_{k,\sigma} V_k (C^+_{k\sigma} d_\sigma + d^+_\sigma C_{k\sigma}) + \epsilon_d (n_\uparrow + n_\downarrow) + U n_\uparrow n_\downarrow ,$$

$$但し \quad n_\sigma = d^+_\sigma d_\sigma \tag{1}$$

に含まれるパラメータ V_k, U, ϵ_d を次の様に制限する。

① V_k は k に依存しない。即ち、S波のみを考慮する。これにより、系は一次元と考えてよい。

② U, $|\epsilon_d|$, $V^2 \ll \epsilon_F$. 即ちフェルミ面付近のみ考慮する。そして $\epsilon_k \sim (|k| - k_F)V_F + \epsilon_F$ と書く。

さらに、impurity は座標の原点にあり、フェルミエネルギーをエネルギーの原点に選ぶと、(1)のハミルトニアンは次の様になる。

$$\mathcal{H} = \int dx \left[C^+_\sigma(x)(-i\partial/\partial x) C_\sigma(x) + V\delta(x)\{C^+_\sigma(x) d_\sigma + d^+_\sigma C_\sigma(x)\}\right] + \epsilon_d (n_\uparrow + n_\downarrow) + U n_\uparrow n_\downarrow \tag{2}$$

(2) を解くための条件式は Wiegmann によって与えられ、次式になる。

$$e^{ik_jL} = \prod_{\beta=1}^{M} \frac{i[B(k_j)-\Lambda_\beta] - UV^2/2}{i[B(k_j)-\Lambda_\beta] + UV^2/2} \; \frac{k_j - \epsilon_d + iV^2/2}{k_j - \epsilon_d - iV^2/2} , \tag{3.a}$$

$j = 1, 2, \cdots, N$，L は系の長さ，N は電子数

$$-\prod_{j=1}^{N} \frac{i[B(k_j)-\Lambda_\alpha] + UV^2/2}{i[B(k_j)-\Lambda_\alpha] - UV^2/2} = \prod_{\beta=1}^{M} \frac{i[\Lambda_\alpha - \Lambda_\beta] - UV^2}{i[\Lambda_\alpha - \Lambda_\beta] + UV^2} , \tag{3.b}$$

$\alpha = 1, 2, \cdots, M$,　M は ↓spin 電子 (or ↑spin) の数

$$但し \quad B(k) = k(k - U - 2\epsilon_d) \tag{3.C}$$

(3.a) は quasi-momentum k_j を定める式. (3.b) は spin 変数 Λ を定める式である。

Wiegmann は上式を直接解かず, s-d limit の帯磁率を求めている。
アンダーソンモデルの singlet ground state を求める際には, k_j は 2M 個の complex 値をとらねばならず, Λ の関数として
$k = x(\Lambda) \pm i y(\Lambda)$ の形に書ける。

系が十分大きい時には Λ の分布関数 $\sigma(\Lambda)$ は次の方程式により決定される。

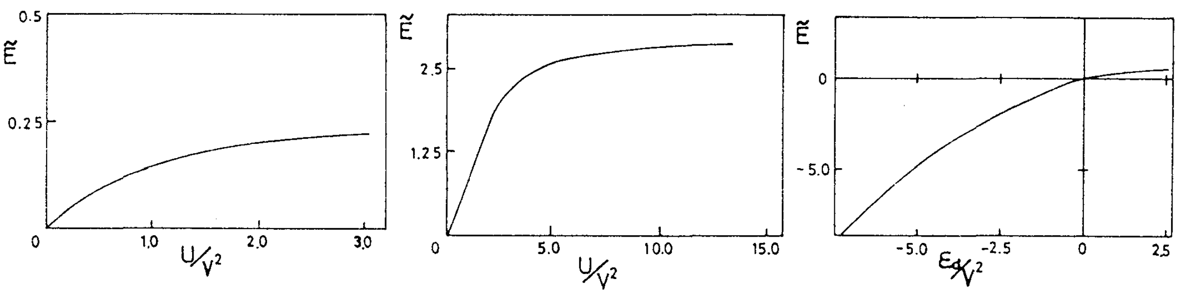
$$\int_R \frac{2UV^2\sigma(\Lambda')d\Lambda'}{(UV^2)^2+(\Lambda-\Lambda')^2} + 2\pi\sigma(\Lambda) = \frac{1}{\pi L}\int_{-\infty}^{\infty} dz\, \frac{UV^2/2}{[B(z)-\Lambda]^2+U^2V^4/4}\cdot\frac{V^2}{(z-\epsilon_d)^2+V^4/4}. \qquad (4)$$

さらにエネルギー変化と電子数の変化は,

$$E/L = \int_R [U+2\epsilon_d+2f(\Lambda)]\sigma(\Lambda)\,d\Lambda. \qquad (5)$$

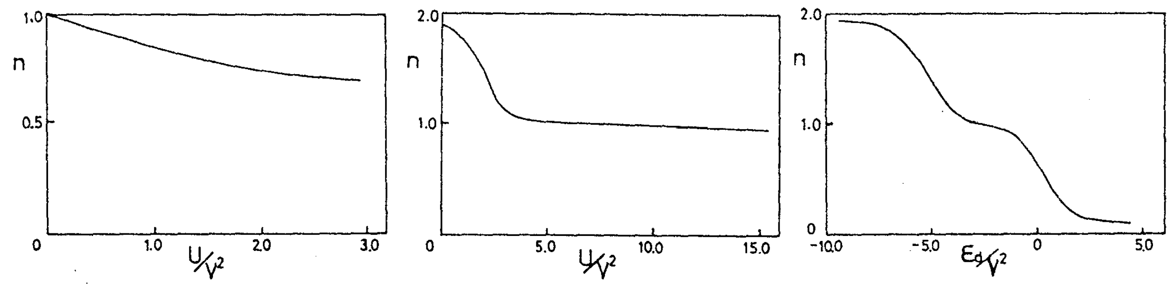
$$n/L = \int_R 2\sigma(\Lambda)\,d\Lambda. \qquad (6)$$

と書ける。但し $f(\Lambda) = -[\Lambda+\frac{1}{4}(U+2\epsilon_d)^2+\{(\Lambda+\frac{1}{4}(U+2\epsilon_d)^2)^2+U^2V^4/4\}^{\frac{1}{2}}]^{\frac{1}{2}}/\sqrt{2}$. (7)
領域 R は $[-\frac{1}{4}U^2V^4/(U+2\epsilon_d)^2,\ B_1]$. 但し $2\sqrt{B_1}$ は伝導電子のバンド幅。上の結果を用いて, エネルギーの変化と電子数の変化を数値計算で求めた結果は下図の様になる。



(a) $\epsilon_d=0$, $\tilde{E}=(E-E_{U=0})/V^2$. (b) $\epsilon_d/V^2=-2.5$, $\tilde{E}=(E-E_{U=0})/V^2$. (c) $U/V^2=5.0$, $\tilde{E}=(E-E_{\epsilon_d=0})/V^2$

Fig.1 基底エネルギーの変化



(a) $\varepsilon_d = 0$ (b) $\varepsilon_d / V^2 = -2.5$ (c) $U/V^2 = 5.0$

Fig. 2. 電子数の変化

reference

1. P. B. Wiegmann, Phys. Lett. 80A (1980) 163.
2. N. Kawakami and A. Okiji, Phys. Lett. 86A (1981) 483, J. Phys. Soc. Jpn. to be published.