強磁場下二次元系の電子局在とホール効果

筑波大物工　安藤恒也

1. 序

最近，強磁場下の二次元電子系におけるホール伝導度 σ_{xy} が $-e^2/h$ の整数倍に量子化されることが Si 表面反転層や GaAs ヘテロ接合における実験で明らかになった。このことを利用して，e^2/h の値を ppm あるいはそれ以上の精度で決定することの可能性も示唆されている。[1] このような量子化ホール効果は二次元系のフェルミ準位がランダウ準位間の局在状態にあるときにあらわれるため，最近興味を呼んでいる二次元系の電子局在の問題とも密接に関係している。

2. 局在/非局在とホール効果[2]

久保公式によれば，ホール伝導度 σ_{xy} は

$$\sigma_{xy} = -\frac{nec}{H} + \Delta\sigma_{xy} \tag{2.1}$$

で与えられる。ここで n は単位面積あたりの電子数であり，H は磁場の強さ，また散乱体による項 $\Delta\sigma_{xy}$ はサイクロトロン軌道の中心座標 (X,Y) の速度の相関函数であらわされる。

$$\Delta\sigma_{xy} = \frac{e^2\hbar}{iL^2}\sum_{\alpha}\Big\langle f(E_\alpha)\sum_{\beta}\mathrm{Re}\frac{1}{(E_\alpha-E_\beta+i0)^2} \times\left[(\alpha|\dot{X}|\beta)(\beta|\dot{Y}|\alpha)-(\alpha|\dot{Y}|\beta)(\beta|\dot{X}|\alpha)\right]\Big\rangle \tag{2.2}$$

但し，$f(E)$ はフェルミ分布函数，E_α, E_β は状態 $|\alpha)$, $|\beta)$ のエネルギーである。状態 $|\alpha)$ が強く（例えば指数関数的に）局在していれば，中心座標 X の行列要素は存在し，

$$(\alpha|\dot{X}|\beta) = (i\hbar)^{-1}(\alpha|X|\beta)(E_\alpha-E_\beta). \tag{2.3}$$

したがって，交換関係 $[X,Y]=il^2$，但し $l^2=c\hbar/eH$，を用いて，状態 $|\alpha)$ の $\Delta\sigma_{xy}$ への寄与 $\Delta\sigma_{xy}^{\alpha}$ は

$$\Delta\sigma_{xy}^{\alpha} = f(E_\alpha)ec/H. \tag{2.4}$$

これは (2.1)式のオ1項の対応する (α)の寄与を完全に相殺する。すなわち，(i)局在状態はホール伝導度に寄与せず，フェルミ準位が局在状態にある場合には σ_{xy} は電子濃度に依存しない，(ii)フェルミ準位下のすべての状態が局在していれば $\sigma_{xy}=0$ である，という結論が得られる。

次に，各ランダウ準位をそれぞれ独立と見なせるような強磁場極限を考えよう。フェルミ準位が N と $(N+1)$番目の準位の間にある場合には $\Delta\sigma_{xy}=0$，すなわち $\sigma_{xy}=-Ne^2/h$ となることがわかる。実際，その場合には (2.2) 式の中で $f(E_\alpha)$ を $f(E_\alpha)[1-f(E_\beta)]$ と置換することができ $\Delta\sigma_{xy}=0$ はほぼ明らかであろう。すなわち，(iii) 強磁場極限の場合，フェルミ準位が N と $(N+1)$番目のランダウ準位間の局在状態上にある場合，$\sigma_{xy}=-Ne^2/h$ となることが示される。この結果を模式的に示せば図1のようになる。N番目のランダウ準位の状態密度が上段に示され，中心部分を除き局在状態となっている。局在状態に Fermi 準位があるとき対角的伝導度 σ_{xx} は存在せず，ホール伝導度へのこの準位からの寄与は 0 か $-e^2/h$ となる。

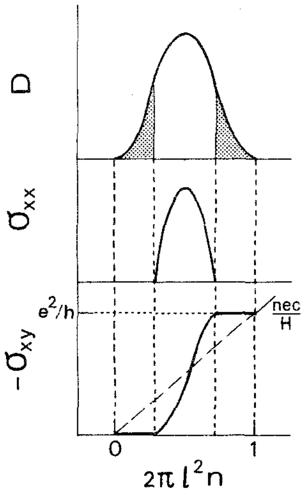

図 1

上記の結論(ii)と(iii)から重要な結論として，(iv)強磁場の二次元系ですべての状態が局在することはあり得ないことが示される。これは最近二次元系はすべての状態が局在するという Abraham 等[3] のスケーリング理論の結論と異っており，単純なパラメータ1個のみを含んだスケーリング理論が強磁場下では成立しないことを意味する。

尚，実際の実験条件下では上述の単純な強磁場極限ではなくランダウ準位間の混合効果あるいは相互作用を完全に無視することはできない。上記のような久保公式を使ってランダウ準位間の相互作用がある場合にもホール伝導度 σ_{xy} の値が局在状態にフェルミ準位があるとき $-e^2/h$ の整数倍になることを示した議論はないが，最近 Laughlin[4] がもっと別の観点からフェルミ準位が局在状態にある場合の σ_{xy} は $-e^2/h$ の整数倍（0も含む）となることを示唆する議論を発表している。

3. 電子局在に関する数値実験

上述のホール効果に関する議論から強磁場下ではすべての準位が局在することはあり得ないことがわかったが，それでは各準位の中で移動度端が存在するか，もし存在すればそこで最小金属伝導度があり得るか，あるいはまた局在状態はどのようなものか等

調べる目的で計算機実験を試みた。 その方法は磁場のない場合に同じ目的で作られているEdward-Thouless[5]の局在判定条件を用いる。 すなわち，有限の二次元系を考えそこでのエネルギー固有値および固有ベクトルをもとめ，それらが境界条件によりどう変化するかを見る．境界条件によるエネルギー変化を$\langle \delta E \rangle$，準位間隔を$\overline{\Delta E}$としたとき，Thouless数$g(L)$，

$$g(L) = \frac{\langle \delta E \rangle}{\overline{\Delta E}} \tag{3.1}$$

が系の大きさL^2とともに減少するかどうかで局在を判定する．$g(L)$は Abraham等のスケーリング理論でも重要な役割を演ずる．計算は$N=0,1,2$のランダウ準位について短距離型及び長距離型の散乱体の2種の場合について行った。 その結果，各ランダウ準位の中心付近を除けば波動函数は指数函数的に局在していること，また，短距離型散乱体の場合各ランダウ準位の局在状態の数はランダウ準位の増加と共に

$$n_{immobile} \sim (2N+1)^{-1} \frac{1}{2\pi l^2} \tag{3.2}$$

に従い減少することがわかった。 また，局在の性格は散乱体のポテンシャルの到達距離にも強く依存し，長距離散乱体の場合にはランダウ準位の中心の極く近傍を除いて強く局在してしまい，それがランダウ準位Nにあまり依存しないこともわかった．

また，ホール伝導度σ_{xy}あるいはサイクロトロン共鳴の線形などの物理量の計算も試みたが，その結果，局在はサイクロトロン共鳴などにはそれほど重要でないこと，またσ_{xy}は上でもとめられた局在領域でほぼ図1に示されたようなふるまいをすることが確かめられた．

このような数値実験の宿命として状態が真に局在していない拡がった状態であることを結論することは不可能で，指数函数的に局在しているとは言えないようなエネルギー領域でも，もっとゆるい局在状態になっている可能性を否定することができない。実際，前述のホール効果の議論でも，非常に弱い局在があり得ることまでは否定できない。 これらの事項を調べるためには，まだ実験が不十分であり，更に詳細で大規模な研究が必要であろう．

文献

1) K. von Klitzing, G. Dorda and M. Pepper : Phys. Rev. Lett. 45 (1980) 494

2) H. Aoki and T. Ando: Solid State Commun. 38 (1981) 1079.

3) E. Abrahams, P. W. Anderson, D. C. Licciardello and T. V. Ramakrishnan: Phys. Rev. Lett. 41 (1979) 673.

4) R. B. Laughlin, Phys. Rev. B23, 5632 (1981)

5) J. T. Edwards and D. J. Thouless, J. Phys. C 5, 807 (1972).