超流動^{3}He中の非線形零音波

東北大　工　海老沢丕道

液体^{3}Heの超流動状態では、密度や磁化のようなノーマルの量の線形応答の領域でも、外からの摂動で秩序パラメータが大きく変動することから非線形性があらわれる。例えば磁場中のA相で磁場の大きさを瞬間的に減らすと磁化は（平衡磁化に緩和する前に）しばらく振動する（ringing）が、この現象には重力場の中の単振子との類似が成立っている。そこではクーパー対のスピンベクトル$\vec{d}$が受けるポテンシャル（核双極子間の相互作用による）は$-(\vec{d}\cdot\vec{\ell})^2$により与えられ、磁場変化は$\vec{d}$に対する撃力トルクに相当する。但し$\vec{\ell}$はクーパー対の軌道角運動量ベクトルで、動きにくい。又、空間依存性のある問題で、$\vec{d}$と$\vec{\ell}$が平行な領域と反平行な領域の移り変りのdomain wall（止ったsine-Gordon soliton と同じ）に局在したスピン励起によるNMRのサテライトが研究された。これらの問題は$\vec{d}$の方向をあらわすθと磁化とを変数とする自由エネルギーに基くラグランジュ形式で議論することができた。

このようなスピン自由度に対して、軌道自由度に関する非線形性が最近問題になっている。一般に、超流動^{3}Heの秩序パラメータは運動量空間の"波動関数"で、微視的な表式は、^{3}He準粒子の場の演算子を用いると（α, βはスピン）

$$F_{\alpha\beta}(\hat{p}) = \int d\varepsilon_p \langle \psi_\alpha(p)\psi_\beta(-p)\rangle$$

である。スピンについて三重項、軌道部分はP波であることにより$F_{\alpha\beta}(\hat{p})$はパウリ行列$i(\vec{\sigma}_2\cdot\vec{\sigma}_i)$と$\hat{p}$の双一次式で、係数の複素行列（$3\times3$），$A_{\alpha i}$によって完全に決まる。$A_{\alpha i}$に依存するエネルギー、例えばGL自由エネルギーはBCS弱結合理論では計算されて文献中に与えられている。

ところで^{3}He液体としての音波は、collisionless regime（$\omega\tau\gg1$）の場合には零音波であるが、密度振動の部分波は秩序パラメータの位相（S成分）と強く結合し（いわゆるAnderson-Bogoliubovのモード）、高い部分波は秩序パラメータの高い角運動量成分と結合する。例えば自由エネルギーの極小を与える等方的な状態（Balian-Werthamerの）$A_{\alpha i}=\delta_{\alpha i}/\sqrt{3}$からの$J=2$の純虚数成分、$\frac{i}{\sqrt{6}}\begin{pmatrix}1&&\\&1&\\&&-2\end{pmatrix}$の振動を励起するために、その固有振動数$\sqrt{(12/5)}\,\Delta(T)$が$\hbar\omega$と一致する温度で零音波吸収がピークをもつことがわかっている。ところが2年程前の実験で、同じ$J=2$の実数成分とも結合するための$\hbar\omega=\sqrt{8/5}\,\Delta(T)$のピークが観測された。[1)]（但し粒子・空孔対称性を破るため、吸収のピークは小さいが、鋭い。）

そもそも零音波はcollisionless modeであって流体力学的な記述はできない筈だが、今のばあい音速がフェルミ速度に比べて非常に大きいためにS波とP波だけで近似的に記述でき、D波が減衰に効く。そのため流体力学的な記述ができている。Wölfleによると微小振動に対して　例えばreal modeについて

$$(\partial_t^2 - c_1^2\partial_z^2)\rho = G\partial_z^2 v \quad \cdots (1)$$

$$(\partial_t^2 + \omega_0^2)v = \gamma\partial_t^2\rho \quad \cdots (2) \qquad \omega_0^2 = \frac{8}{5}\Delta^2$$

が成立つ。第一の式は連続の式と加速方程式から導いたもので$\partial P/\partial\rho$の他に$\partial P/\partial v$の項から、集団モードの座標vが結合する。ω_0及び結合定数G, γはRPAで微視的に計算されるものである。

さてCornell大学グループのソリトン的な零音波の実験[2)]によると、real modeに共鳴する振動数のパルスのenvelopeの形を観測すると入力強度（パルス面積）の増大とともに、尖鋭化、分裂、スピード増大等の特徴が見られ、また、そのようになったパルスは衝突で形を変えないことが見出された。これに対するSauls[3)]の、二準位系の自己誘導透過とのアナロジーの理論が出された。それはいわば(1),(2)式を再び量子化するものであるが、ここではむしろ(1),(2)式を線形近似の極限で含むような非線形方程式を導き、古典的に問題が解けるのではな

いかと考える。

reasonable な形として(1)の右辺の代りに $u\partial_z^2 v + v\partial_z^2 u$ (但し u は. 等方成分の座標, v は $J=2$ 成分と座標とする)とおき、$u^2+v^2=1$ に束縛されるモデルをとり、$\tan\theta = v/u$ として一変数で collective mode の記述をする。また(2)式の $\omega_0^2 v$ を $\partial U(\theta)/\partial\theta$ (U は先に述べたポテンシャルエネルギー)におきかえる。envelope についての方程式を導くと、もしソリトン解があるならばパルス巾は速度 c に対して $\sqrt{c_1(c_1-c)}$ のように依存することはすぐに判る。これは Cornell 大学グループの実験結果と consistent である。まずこのモデルについてパルスの伝播のようすを調べてやることにしている。

1) O. Avenel et al., Phys. Rev. Letters 45, 1952 (1980). 及びその中の引用文献.

2) E. Polturak et al, Phys. Rev. Letters 46, 1588 (1981).

3) J.A. Sauls, Phys. Rev. Letters 47, 530 (1981).