

な状況を書いてみたのが図6の概念図である。すなわち(6)式の右辺第1項の“外場による力”は r が大きいほど、また μ_S が0から離れるほど(しかし、離れすぎではローレンツ力そのものが効かなくなる。)はっきりした形を持つようになり、ミラートラップのような“力学的”な運動をひき起こすようになるのである。 $\mu \approx 0$ で特にヒストグラムの変型が著しかったのも $\mu \approx 0$ でのみ“外場”が生じることによるものであり、当然拡散だけでは説明がつかなくなる。 $\mu \approx 0$ では B_S はおよそ $-aS^2$ (a は比例係数)の形をしていると考えられ、そのとき(6)式は

$$F_S = aMS + q\eta(t)$$

となり、この解はセパトリクスを持ち、そこで $\eta(t)$ が大きくなっているという性質を持つ。(6)またはこの式を厳密に解くことも大事だが、今回は今まで述べたような定性的な話でしめくりたいと思う。

一般化されたパイコネ変換 —カオスと確率過程—

京大・理 相 沢 洋 二

§ 1. 力学系に内在する双曲的性質は、カオスを発生する基本的な機構の一つである。これによって、接空間は引き延ばし、折りたたみの操作をうけて、ほとんど凡ゆる種類の確率論的性質をもつ random motion が生み出される。Poincaréにより指摘された Homoclinicity の具体的モデルである Horse-shoe (Smale) 上のカオスと確率過程の性質を調べる為に、ここでは解析的に扱えるさらに単純化したモデル系(一般化されたパイコネ変換)を解析する。

二次元写像 $T : (X_n, Y_n) \rightarrow (X_{n+1}, Y_{n+1})$

$$X_n = \{ 2X_{n-1} \}, \quad Y_n = Y_{n-1}/\lambda + [2X_{n-1}](\lambda-1)/\lambda \quad (1)$$

$$0 \leq X, Y \leq 1$$

$\{\dots\}$, $[\dots]$ は小数部, 整数部。

$\lambda = 2$ は measure-preserving, $\lambda > 2$ は contracting map で Y -方向に Cantor set が不変集合になる。 X -方向には常にベルヌーイ的。

相沢洋二

§ 2. 上の定義により, Y -方向の密度関数は次の発展式に従う。

$$P_{n+1}(y) = \frac{\lambda}{2} [P_n(\lambda y) + P_n(\lambda y - \lambda + 1)] \quad (2)$$

これは, $\lambda = 2^{1/m}$ (m ; integer) の場合は解析的に解ける。 $P_\infty(y)$ の台の次元 D は,

$$D = \min. (1, \frac{\ln 2}{\ln \lambda}) \quad (3)$$

相関関数 $R(N)$ は本質的に指数関数的

$$R(N) \sim \lambda^{-N} \quad (4)$$

$m \neq \text{integer}$ の場合, (2) の解 $P_\infty(Y)$ は一般に滑らかな関数にはならぬが, (1) を確率微分方程式

$$\begin{aligned} \dot{y} &= -\beta(y - \sigma(t)) \\ \sigma(t) &= (-1)^{N(t)} \quad (N(t); \text{poisson process}) \end{aligned} \quad (5)$$

で近似すると, $P_\infty(Y)$ は解析的関数

$$P_\infty(Y) \sim \{ Y(1-Y) \}^{\frac{\ln 2}{\ln \lambda} - 1} \quad (6)$$

で良く近似される。

§ 3. (5) は有限サイズの Attractor をもつ確率過程である。(5) (又は(1)) を三次元空間に適当に埋め込むことによって, トポロジ的には Lorenz Chaos と同等な確率論的モデルを構成できる。

Noise-induced Periodicity

京大・理 松本健司・津田一郎

カオスを生み出す一次元写像に対するノイズの効果はいかなるものであろうか?

logistic map に対するノイズの効果の研究は, 2, 3 存在し, chaos band の merging, 周期解からカオスへの転移, 等が知られている。

我々は, the B-Z map にノイズ (一様, additive) を加えて, その効果を調べた。その