モデルが待たれる。

4. 次に企業サイズの時間発展を予測しよう。まず100社全体のサイズを100に規格化し

$$100\cdot 2^{-k} < s \leq 100\cdot 2^{-k+1}\ ;\quad k=3,\ 4,\cdots\cdots,\ 9$$

によって7つのグループ($i=1,\ 2,\cdots\cdots,\ 7$)に分ける(上位100社は常にこれらのグループのどれかに入っている)。これらのグループに入ってこない小さなサイズの企業をまとめて$i=0$とする。一年間でiグループからjグループに移った企業数をa_{ij}とし，さらに$i=0$が関与する部分を除くために$a'_{ij}=a_{ij}+(a_{i0}/\sum_i a_{i0})\,a_{0j}$とする。これよりグループ間の遷移確率を$\rho_{ij}=a_{ij}/\sum_k a_{ik}$で定める。年ごとの景気変動の効果をならすために，さらに5年間(1977～1981)について遷移確率を平均して$\overline{\rho}_{ij}$とする。これをもとにしてモンテ・カルロ法により，7つのグループに属する企業数の時間発展をシミュレートしまた平衡分布を計算した。その結果，小さなサイズを持った企業の数は大きくゆらぎながら減少していく傾向がみられた。

非線型拡散方程式の一つの取扱いについて

九大・理　　川　崎　恭　治

下記のようなbistabilityをもつ非線型拡散方程式を考える；

$$\frac{\partial}{\partial t}y(x,\ t)=-L\left[-\frac{\partial^2}{\partial x^2}y(x,\ t)+F(y(x,\ t))\right] \tag{1}$$

但し　$F(y)=-\tau y+\dfrac{g}{6}y^3$ で$\tau,\ g>0$。従って(1)は空間的に一様な定常解$y=\pm M$, $M\equiv(6\tau/g)^{1/2}$の他に次の様な不均一定常解(キンク解)をもつことが知られている；

$$y(x,\ t)=M\,\mathrm{tank}\frac{1}{2\xi}(x-x_i)\qquad \xi\equiv(2g)^{-1/2} \tag{2}$$

ここでx_iはキンクの中心の位置でξはその巾である。任意の初期状態$y(x,\ 0)$から出発して充分時間が経った時(即ち$t>1/L\tau$)の(1)の解の振舞を問題にする。この時(1)の解は近似的に(2)のようなキンク解及びその符号をかえた反キンク解の重ね合わせで表わされるであろう。(この様に表わされない時，即ちキンクや反キンクが互に近すぎてその identity を失うような短い時間については解析的に取扱う有効な方法はなさそうである。)それ以降の時間では$y(x,t)$の形はキンク(及び反キンク)の位置$\{x_i(t)\}$によってきまる。この$x_i(t)$の運動方程式は時間の適当な単位をとって

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}x_i(t)=R(x_{i+1}(t)-x_i(t))-R(x_i(t)-x_{i-1}(t)) \tag{3}$$

とあらわされる。[1] ここで$R(x)\equiv \exp(-x/\xi)$で$x_{i+1}>x_i>x_{i-1}$ etcととった。(3)はキンク（反キンク）の数が多いと解析的にはとけないが，元の(1)にくらべれば自由度の大巾な逓減がなされて居りはるかに取扱いが簡単になる。言い忘れたがキンクと反キンクが衝突すれば互に消滅し，残った者の間に(3)が成り立つとする。この方程式系を数値的に解く事が九州共立大学の長井達三氏によって試みられ[2]数千箇或はそれ以上のキンク，反キンクがある初期状態を取扱うことも困難ではない。最近この問題に対応すると思われる興味ある実験がお茶の水大学の池田宏信氏[3]によって報告されている。それは層状反強磁性体の層に垂直な方向の長距離秩序度の成長を時間と共に測定した実験で，我々の問題で言えばキンクと隣り合う反キンクの間の距離の平均$\overline{z}$（即ち平均のdomainの大きさ）が時間の関数として測られている。実験結果，(3)の数値解は共に充分長時間では

$$\overline{z}(t)/\xi \simeq \alpha \ln(t/t_0) \qquad (\alpha,\ t_0\text{は定数}) \tag{4}$$

となる。数値計算ではαは約3程度，又実験ではαを決めるには情報不足である。このαは(4)を$\ln(t/t_0)^{\alpha}$とかく事もできるので臨界指数と同じように重要な数である。簡単な平均場近似や(3)の単純な変換からは$\alpha=1$しか出て来ない。この点を正しく理解するために我々はdomain size zの分布関数$g(z,t)$に対する一種のボルツマン方程式を作りその相似解を調べた。ここで重要な事は充分時間が経ち$\overline{z}(t)$が大きくなったときには引力$R(x)$のrange ξが相対的に非常に短かくなりその結果$g(z,t)$の相似解が下限z_cを持つ為である。その時引力は殆ど下限z_cで支配され，且つ$z_c<\overline{z}$である為に$\overline{z}(t)$の変化が$\alpha=1$のときよりも急速になる。指数αは丁度時間によらない比$\overline{z}/z_c$に等しくなる。事実，計算機のデータから分布$g(z,t)$を作ってみると下限z_cがあらわれ$\overline{z}/z_c$は大約3に近い値になっている。以上のようにして，元来まともには解けないと思われている(1)の様な非線型偏微分方程式の解の振舞も或る測面に着目する事によって可成りの程度料理できる事を示した。[2] この様な見方は高次元も含めて数理生体学等に出てくる非線型問題に対して有効なのではなかろうか。

参考文献

1) K. Kawasaki and T. Ohta, Physica **116A** (1982) 573.

2) K. Kawasaki, T. Ohta and T. Nagai, J. Phys. Soc. Japan, Supplement (Kyoto New T. O. P. 会議議事録)

K. Kawasaki and T. Nagai, Physica A (in press)
3) H. Ikeda, Kyoto New T. O. P. 会議報告 (J. Phys. Soc. Japan, Supplement)

生態系の二次遷移と階層構造(コメント)

大阪工大　奥田賢三

ある地域で植生が自然に移り変わっていく生態遷移のうち，基質中にすでに根系や種子が含まれている二次遷移を考える。例えば，ヤシャブシ，クロマツ，タブなどの種子が用意されている裸地から，まずヤシャブシ低木林ができ，光の競争の結果，続いてクロマツ林に変わり，さらに耐陰性の強いタブ林に落ちつくという現象である。

この二次遷移の簡単な数理モデルとして，次の Lotka-Volterra 型の力学系を試みた。

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=x(1-x-q_{12}y-q_{13}z)\equiv f(x,\ y,\ z),$$

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=p_2y(1-q_{21}x-y-q_{23}z)\equiv p_2g(x,\ y,\ z),$$

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}=p_3z(1-q_{31}x-q_{32}y-z)\equiv p_3h(x,\ y,\ z).$$

ここで，xはヤシャブシ，yはクロマツ，zはタブの現存量を表わす。ただし，それぞれ，1種だけの場合の安定値に対する比に規格化されている。光に関する競争はパラメータq_{ij}でとりいれてある。

最初に$p_3\ll p_2\ll 1$の場合を考えよう。位相空間R^3内で，任意の初期値$(x_0,\ y_0,\ z_0)$から出発した状態点はⅰ)まず，y，zの値をほぼ一定に保ったままxが変化し，$f=0$を満たす曲面S_0^2に近づき，ⅱ)次に，曲面S_0^2に沿ってzの値をほぼ一定に保ったままx，yが変化し，$f=g=0$を満たす曲線S_0^1に近づき，ⅲ)最後に，この曲線に沿って，$f=g=h=0$を満たす安定特異点S_0^0へと近づく。この場合，位相空間内に，明確な階層構造$R^3\to S_0^2\to S_0^1\to S_0^0$が存在する。

さて，必ずしも$p_3\ll p_2\ll 1$に限らない一般的な場合にはどうなるのであろうか？　$q_{12}=q_{13}=q_{23}=2$，$q_{21}=q_{31}=q_{32}=0.3$とし，$(p_2,\ p_3)=(0.2,\ 0.04)$，$(0.5,\ 0.3)$，$(1,\ 1)$の場合について，シミュレーションを行なった。図1に結果の例($p_2=0.5$，$p_3=0.3$)を示す($X(t)$,