

情報伝達におけるネグントロピー消費

京大・理 中込照明

「1 bitの情報伝達には少なくとも $k \cdot \ln 2$ のネグントロピー消費(又は、温度 T の環境中で $kT \ln 2$ の自由エネルギー消費)が必要である」という Szilard-Brillouin-von Neumann 以来の命題をより実際的なモデルを使って確かめてみようというのが目的です。ここで実際的という言葉には次の二つの意味が込められています。

第一は、このモデルが実際に存在しているシステム例えば細胞内での遺伝情報の伝達過程又はある種の単純な Turing 計算機の機構をかたどっていることです。

第二は、モデルの時間発展の法則が熱力学第二法則を満すという意味で原理的に実現可能なシステムであるということです。このことはモデルが Mesoscopic Thermodynamics¹⁾の枠組の中で構成されることにより、自動的に保障されます。

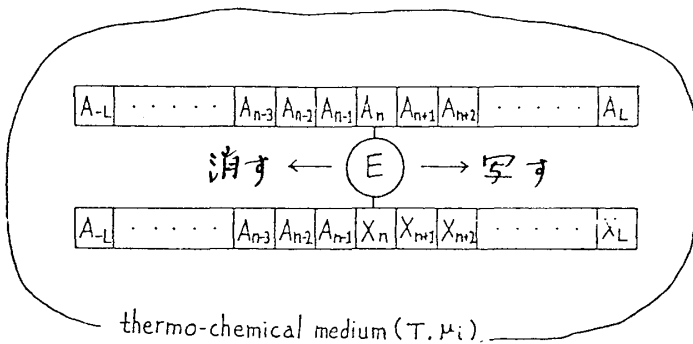


図 1

モデルは図に示したような構造をしている。二つの平行したテープ I, II とその間を左右に動く tracer E とから成り、全体がある種の化学熱浴(適当な触媒のもとで化学反応する化学ポテンシャルをもつ)の中に置かれている。テープ上には区画が連なっていて、各区画は N 個の

状態がとれるようになっている。その状態がアルファベットの役をなし、それを用いてテープ I 上に予め情報がインプットされている。E は右に動くときはテープ I の情報をテープ II に写し、左に動くときは、それを消していく。E は酔歩的に左右どちらにも動きうるのであるが、これを特に右に駆動するために化学反応を伴わせる。この化学反応によって、化学熱浴中に蓄えられているネグントロピーが消費される。

全体の過程は E の位置 n 及びテープ II の状態 $X = (A_{-L}, A_{-L+1}, \dots, A_{n-1}, X_n, \dots, X_L)$ を変数とするマスター方程式で記述される。ただし、 $n = -L, -L+1, \dots, L; X_i = 1, \dots, N (n \leq i \leq L)$ 。

$$\frac{d}{dt} p_t(n, X) = \sum_{Y=1}^N r_+ p_t(n-1, X \text{rep}_{n-1} Y) + r_- p_t(n+1, X \text{rep}_n A_n) - (r_+ + Nr_-) p_t(n, X) \quad (1)$$

ここに、 r_+ は右方向遷移 $(n, X) \rightarrow (n+1, X \text{rep}_n A_n)$ (ただし、 $X \text{rep}_n A$ は X の中の第 n 成分を A に置きかえたものを意味する)、 r_- はこの逆遷移の係数である。

一方 Mesoscopic Thermodynamics の基本公理の一つ個別詳細釣合の条件により、次の関係式

$$r_+ = r_- e^{\sigma/k} \quad (2)$$

を得る。ここに、 σ は遷移に伴う化学反応によるネグントロピー消費量である。この関係により、第二法則は自動的に満たされる¹⁾

式(1)から E の位置 n の平均値を計算すると、

$$\frac{d}{dt} \langle n \rangle = r_+ - Nr_- \quad (3)$$

を得る。したがって、 E が右方向に進む条件は

$$r_+ - Nr_- > 0 \quad (4)$$

となる。式(2)と(4)により、更に

$$\sigma > k \cdot \ln N = k \cdot \ln 2 \cdot \log_2 N \quad (5)$$

を得る。 E が右方向に一区画移動するごとに $\log_2 N$ bit の情報がテープ II に伝達されるのだから式(5)は、単位 bit 当り $k \cdot \ln 2$ 以上のネグントロピーの消費が必要であることを示している。

以上の話については *prepri* が用意してあります。 *prepri* には、情報の転写過移に不確定性を入れたモデルや mRNA → protein などの遺伝情報の伝達過程との対応関係についての議論も含まれております。

参考文献

- 1) T. Nakagomi, J. Stat. Phys. 26: 567 (1981).