

サイズ分布についての法則性

京大・理 寺 本 英

対象とする集団	サイズの尺度
英語の単語	使用頻度
ある国の都市	人 口
ある国の国民	収 入
河 川	全 長
新聞のトピックス	コラムの長さ
ある地域に棲む生物の属	種 の 数
ある地域に棲む生物の種	個 体 数
その他いろいろ	

これら自然界および日常生活で出会ういろいろな対象について、大きさの分布が非常に似た性質をもっていることは大変古くから注目されていたことである。経済学ではパレートの法則、人口統計ではアウエルバッハの法則、一般的にはジップの法則とよばれているのがそれである。分布をあらわすのには2つの表現が使われる。サイズ y の大きなものから順番に対象に準位 x (整数) をつけ、サイズを順位 x の関数 $y = Y(x)$ としてあらわしたものをランク — サイズ関係とよぶ。これから大きさ y をもった対象の頻度すなわちサイズ分布は、 $f(y) = -Y^{-1}(y)/dy$ で与えられる。

上の例をはじめとして、多くの場合に共通してみられる分布、すなわち、パレートあるいはジップの法則は

$$y \propto x^{-(1+\alpha)} \quad \text{あるいは} \quad \log x + a \log y = c$$

で与えられる。サイズ分布では

$$f(y) \propto y^{-(1+\frac{1}{1+\alpha})}$$

である。これに対して、生物集団では幾何級数分布

$$y \propto r^x \quad (r < 1) \quad \text{あるいは} \quad x + a' \log y = c'$$

寺本英

サイズ分布では $f(y) \propto y^{-1}$ という分布がよくみられる。

これらの共通した性質をもった分布が広い対象について見られるということは、正規分布がそうであるように、その根底に共通した確率的特性が見出される可能性を示唆しているようにも思える。これらの対象が内在的に生長する力をもったものに思えることから、まず生物集団を対象に取りあげて、その確率過程の特性がいかに上記の分布法則に関係しているかを詳しく解析した結果を紹介する。

種分化を支配する遺伝的システムの確率モデルの研究

国立遺伝学研究所 丸山毅夫

自然界に存在する種の間には交雑を防げる遺伝的隔離が発達していることはよく知られている。この機構については古くからいろいろな仮説が提唱されてきた。今まで調べられた実際例をみると、隔離はいくつかの遺伝子座が関与し、そこには互に incompatible な対立遺伝子が存在することが多い。たとえば、起源を同じにする2種をAとBとすると、互に相同な1個（或は数個）の遺伝子座に、種Aでは α 、種Bでは β といった対立遺伝子とその遺伝子座で高い頻度で存在する。そして、A種内で $\alpha\alpha$ 個体は正常に生育し、同じように、B種内で $\beta\beta$ 個体は正常である。ところがA種とB種の交雑から生ずる $\alpha\beta$ 個体は死亡するとか或は生存力が極端に低くなる。しかし、共通祖先から由来する如何なる種も、はじめは遺伝的に同じで、互に交配が可能なのであるから、種形成の過程で上に述べたような対立遺伝子の置換が少なくとも一方の種に起きたことになる。いま置換がB種で起きたとしよう。つまり、B種の集団で α から β が生じ、次第に頻度を増して遂に β がB種全体に広がったとする。このような対立遺伝子 α から β への置換は同一集団で容易に起こるものではない。なぜなら、 α も β もそれぞれのホモ接合は正常であり、ヘテロ接合 $\alpha\beta$ 個体が不利であるため、どちらか頻度の低い方が消失する運命にある。唯、集団の大きさが比較的小さく、遺伝的浮動が働くような状態の下では上述のような進化が可能となる。

このような事情をふまえ、ここでは種分化の数学的モデルの解析を行なった。まず集団は毎代N個の二倍体生物からなり、1つの遺伝子座が種分化に必要な不和合性を決定しているとする。そこに $\alpha_1, \alpha_2, \dots$ といった対立遺伝子が存在し、突然変異は α_i から α_{i+1} と α_{i-1} へ $v/2$ の確率で起こるとする。 $\alpha_1\alpha_1, \alpha_2\alpha_2$ などのホモ接合と $\alpha_i\alpha_{i-1}$ 或は $\alpha_i\alpha_{i+1}$ のような突然変異を