れるとはいえ，単純なプラズモンとの相互作用のみを採り入れたモデルとしては充分な成功と言えるであろう。個別励起モードや電子との短距離相関がなぜ有効質量に寄与しないかは将来の課題であるが，今回行った集団モードとの相互作用をソリトンとして厳密に採り入れるという方法は多体問題に対する１つのアプローチとして有効であろう。

まとめると２つの場が互いに引力を及ぼし合う時，その系がself-traped soliton（soliton bag）の解を持つ場合がある。Kubo-Namiki-Ohba型はその１つの例であり，固体内で分極の雲を伴った陽電子や，ある種のポーラロン等にその実例が見出せる。その普遍的な形から考えて他にも多くの実例が見出せるであろう。

ソリトンとしての基本的な問題を考えると，なぜ$\gamma\psi=\phi$なる比例関係になるのかよくわからない。確かに数学的な解として存在するのであるが，物理的要請から出てくる方がすっきりする。また粒子が２ケ以上ある多ソリトン問題の定式化も将来の課題であろう。

参考文献

1) T. D. Lee, 日本物理学会誌 **33** (1978) 282.
2) S. Kubo, M. Namiki and I. Ohba, Prog. Theor. Phys. **55** (1976) 860.
3) A. Ishii, Phys. Lett. **88A** (1982) 417.
4) A. Ishii, Prog. Theor. Phys. (to be published).
5) B. Bergersen and E. Pajanne, Appl. Phys. **4** (1974) 25.
6) M. Kitagawa and Y. H. Ohtsuki, Nucl. Instrum. Methods. **170** (1980) 253.
7) C. S. Warke and W. Greiner, Phys. Lett. **80A** (1980) 399.
8) A. S. Davydov and V. Z. Énol'skiĭ, Soviet Physics JETP **52** (1980) 954.
9) S. M. Kim and A. T. Stewart, Phys. Rev. **B11** (1975) 2490.

アンダーソンモデルの厳密解

阪大・工　川上則雄，興地斐男

§1　はじめに

近藤効果という言葉で代表される金属中の磁性不純物に関する研究は，多体問題の取り扱いの本質に触れる問題として固体物理学において重要な位置を占めている。このいわゆる局所的電子相関問題を具体的に取り扱えるモデルとして，アンダーソン及びs−dモデルがある。

アンダーソンモデルは次の様なハミルトニアンで記述される[1]：

$$\mathscr{H} = \sum_{k,\sigma} \varepsilon_k \overset{+}{c}_{k\sigma} c_{k\sigma} + \sum_{k,\sigma} V_k (\overset{+}{c}_{k\sigma} d_\sigma + \overset{+}{d}_\sigma c_{k\sigma}) + \varepsilon_d \sum_\sigma \overset{+}{d}_\sigma d_\sigma + U \overset{+}{d}_\uparrow d_\uparrow \overset{+}{d}_\downarrow d_\downarrow . \tag{1}$$

不純物レベル ε_d に存在する電子は波数 k エネルギー ε_k をもった伝導電子と V_k を通して混じりあい，さらに不純物レベルに電子が二ケ詰まるとクーロン反発 U を感じるというハミルトニアンである。このアンダーソンモデルに，電気的中性の条件（$U=-2\varepsilon_d$）を付加して $U\to\infty$ にすると，上に述べた s-d モデルが得られる。したがってアンダーソンモデルの性質を調べることにより s-d モデルに対する知見も得られることになる。ここでは金属中で起こる局所的電子相関効果という問題を念頭において対称アンダーソンモデル（$U=-2\varepsilon_d$）の厳密解を紹介する。なお §3 以下に現われる物理量はすべて不純物部分からの寄与を扱っていることに注意されたい。

§2　厳密な取り扱い[2]～ベーテ仮説の方法～

アンダーソンハミルトニアン(1)に対して次の仮定を設ける。(i) V_k に k 依存性なし。(ii) $\varepsilon_k = k$。(i) の仮定により不純物散乱の影響を受けるのは伝導電子の s 波成分のみとなり，s 波の性質により問題は一次元に帰着される。(ii) の仮定は伝導電子の状態密度を一定（$1/2\pi$）にすることと等価である。(i)(ii) の仮定はもとのハミルトニアンに物理的に強い制限を加えている訳ではなく，電子相関を取り扱うための簡単化と考えてよい。これらの仮定の下では一次元系に用いられてきたベーテ仮説の方法が適用でき，アンダーソンモデルの厳密な取り扱いが可能となる。その結果，アンダーソンモデルに対する基礎的な方程式としてベーテ仮説に特有な形の式：

$$e^{ik_jL} = \prod_{\beta=1}^{M} \frac{ik_j^2 - i\Lambda_\beta - UV^2/2}{ik_j^2 - i\Lambda_\beta + UV^2/2} \cdot \frac{1+(i/2)V^2/(k_j+U/2)}{1-(i/2)V^2/(k_j+U/2)}, \quad j = 1, 2, \cdots, N,$$

$$-\prod_{j=1}^{N} \frac{ik_j^2 - i\Lambda_\alpha + UV^2/2}{ik_j^2 - i\Lambda_\alpha - UV^2/2} = \prod_{\beta=1}^{M} \frac{i\Lambda_\alpha - i\Lambda_\beta - UV^2}{i\Lambda_\alpha - i\Lambda_\beta + UV^2}, \quad \alpha = 1, 2, \cdots, M. \tag{2}$$

が得られる。ここで L は一次元系の長さ，$N(M)$ は全（上向きスピン）電子数であり，全スピンの z 成分は $s_z = (N-2M)/2$ で表わされる。k_j は擬運動量と呼ばれているものでこれを用いるとエネルギーは $E=\sum k_j$ となる。Λ_α はスピン波に対する擬運動量である。

§3　絶対零度における性質[3),4)]

アンダーソンモデルの持つ物理的性質を議論するためには，(2)式の解の性質を調べなければならない。この解をエネルギー的に分類してゆくと，基底状態は複素解 $k_\alpha^\pm=(\Lambda_\alpha\pm iUV^2/2)^{1/2}$（但し Λ_α は実数）で構成され，さらに絶対零度における磁気的励起は実数解 k_j により表わされることがわかる。したがって絶対零度の性質はこの二種類の解を用いることにより調べることができる。

(a) 基底エネルギー[3)]

上に述べた様に基底状態には $k_\alpha^\pm$ のみが関与しているので基底エネルギー E は熱力学的極限で $\sum k_\alpha^\pm$ を積分でおきかえることにより

$$[E-E(U=0)]/V^2=-\frac{1}{\pi}\left[u\tan^{-1}u-\frac{1}{2}\log(1+u^2)\right]$$
$$-\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty dx\int_0^\infty dy\,\frac{\sqrt{x}\,\mathrm{cosech}\,\pi(x+y^2)}{(y+\sqrt{u}/2)^2+1/4u} \qquad (3)$$

となる。但し $u=U/V^2$。

(3)が対称アンダーソンモデルの singlet 基底エネルギーに対する厳密な表式であり，$u\ll 1$ として右辺を展開すると u^4 まで得られている摂動展開と一致している。[5)] さらに $u\gg 1$ の s-d 極限を考えてみると右辺の積分項から $-(UV^2/\pi^2)^{1/2}\exp(-\pi U/4V^2)$ の形の寄与がでてくる。これは s-d モデルでよく知られている singlet 基底状態に対する束縛エネルギーである。[6)]

(b) 帯磁率[4)]

磁気的な励起は実数 k_j の出現により記述されるが，外部磁場が弱い場合には $k_j\to-\infty$ の低エネルギー励起が起こる。したがってこの付近の解の性質を調べることにより帯磁率 χ_m が得られ（$g\mu_B=1$）。

$$\pi V^2\chi_m=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{(1+u^2-4ux^2)\exp(-\pi x^2)}{(1+u^2-4ux^2)^2+16u^3x^2}dx+(\pi/2\sqrt{u})\exp\left[\frac{\pi}{4}(u-1/u)\right] \qquad (4)$$

となる。$u\ll 1$ として右辺を展開してみると，これには第一項のみが寄与し u に関する展開では拾えない項が第二項に新たに付け加わっている。このことはアンダーソンモデルにおいて $U=0$ が特異点であることを示唆しており，これまでの近似論では予想されていなかったことである。逆に $u\gg 1$ の s-d 極限では第二項のみが残り s-d モデルの帯磁率 $1/(2\pi T_K)$ を与える。[7)] 但し，$T_K=(UV^2/\pi^2)^{1/2}\exp(-\pi U/4V^2)$ は近藤温度と呼ばれる量で s-d モデルを特徴づける重要な量である。この様に U をいくら大きくしていっても帯磁率は発散せずに有限値をとるということは，強い電子相関効果のため絶対零度では局在モーメントは存在しえない

ということを意味しており，このことはs-dモデルで詳しく議論されてきたことである。[6]

§4　帯磁率及び比熱の温度変化[8]

有限温度における性質を調べるためには，(2)の解で表わされるあらゆる励起状態を考慮しなければならない。この様な解をもとにして得られる自由エネルギーは非線型積分方程式で記述され，解析的取り扱いは一般に困難となる（低温での電子比熱は閉じた形に求まっている）。この積分方程式を数値的に解いて得られた帯磁率と比熱の温度変化を図1に示した。先ず帯磁率の温度変化に注目してみる。温度が十分高い時は（$T \gg U$），あらゆる状態が同等に励起され，帯磁率は高温型のキュリー則に従い有効キュリー定数$T\chi_m$は1/8となる。温度を徐々に下げてゆくとUが存在する場合には$T\chi_m$の値は一旦増加する。Uが大きい程この増加の割合は大きく，十分大きいUに対しては$T\chi_m$の値はキュリー則で期待される1/4に近づく。このことは大きなクーロン相互作用に起因して，ある温度領域で局在モーメントが出現していることを意味している。しかしいくらUが大きくて局在モーメントの出現が容易になっても$T \lesssim T_K$になると強い電子相関効果のためχ_mは一定値$1/(2\pi T_K)$に近づき§3でも述べた様に局在モーメントは凍結してしまう。帯磁率のこの様な温度変化は繰り込み群の方法で得られている結果とよく一致している。[9] 比熱のグラフを見るとクーロン相互作用の増加に伴い低温側に新しいピークが徐々に出現している様子が伺える。このピークがクーロン相互作用による多体効果に起因するものに他ならず，s-dモデルで期待されるピークと本質的に同じものである。参考のためs-dモデルの結果もプロットしてある。[9),10] これらの図は$U=0$の一体問題から電子相関の強いs-dモデルまでの移行の様子をよく表わしていると思われる。

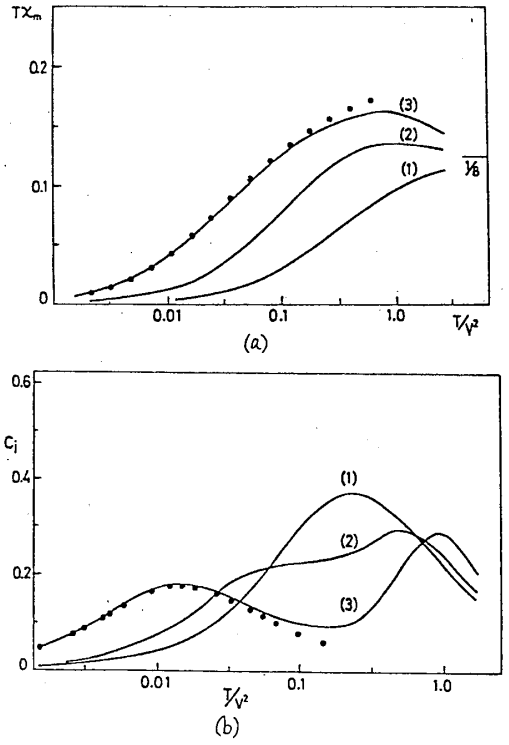

図1.　帯磁率(a)及び比熱(b)の温度変化。(1)(2)(3)の曲線はそれぞれ$U/V^2=0$, 2.0, 4.0に対応している。帯磁率[9]及び比熱[10]の黒まるはs-dモデルの結果をプロットしたものである。

参考文献

1)　P. W. Anderson: Phys. Rev. **124** (1961) 41.

2) P. B. Wiegmann: Phys. Lett. **80A** (1980) 163.
3) N. Kawakami and A. Okiji: Phys. Lett. **86A** (1981) 483.
4) A. Okiji and N. Kawakami: Solid State Commun. **43** (1982) 365.
P. B. Wiegmann et al.: JETP Lett. **35** (1982) 92.
5) K. Yamada: Prog. Theor. Phys. **53** (1975) 970.
6) K. Yosida and A. Yoshimori: Magnetism. Vol. **5**, p. 253.
7) P. B. Wiegmann: J. Phys. C. **14** (1981) 1463.
N. Andrei: Phys. Rev. Lett. **45** (1980) 397.
8) A. Okiji and N. Kawakami: to be published.
9) Krishna-murthy et al.: Phys. Rev. **B21** (1980) 1003.
10) V. T. Rajan et al.: Phys. Rev. Lett. **49** (1982) 497.
H. U. Desgranges and K. D. Shotte: Phys. Lett. **91A** (1982) 240.

Dynamics of Interface

九大・理　太　田　隆　夫

熱力学的に平衡な系を相転移温度以下に急冷すると系は熱力学的に不安定あるいは準安定となり，揺ぎの増大を経て最終のより安定な平衡状態に落ちつく。このような現象はスピノダル分解あるいはNucleationとして古くから知られている。動的Isingモデルに基づいたスピノダル分解（以下，保存系とよぶ）の最近の計算機実験は秩序化の過程にスケーリング則が成立することを示している。[1),2)] 揺ぎの時間発展は構造関数 $I_k(t)=<|S_{\boldsymbol{k}}(t)|^2>$ で記述される。ここに，$S_{\boldsymbol{k}}(t)$ は局所的秩序変数 $S(\boldsymbol{r},t)$ のFourier成分である。計算機実験によると，関数 $\hat{I}_k(t)=I_k(t)/\int_{\boldsymbol{k}} I_k(t)$ が，波数 k が揺ぎの相関距離の逆数より十分小さな領域で，次のスケーリング則に従がう。

$$\hat{I}_k(t)=k(t)^{-d}F(k/k(t)) \tag{1}$$

ここに，d は空間の次元である。(1)は臨界点近傍の二成分溶液の実験[3),4)]や，秩序変数が保存しない秩序無秩序転移（以下，非保存系とよぶ）の計算機実験[5),6)]でも観測されている。$k(t)$ は $k(t)\sim t^{-a}$ とあらわされ，指数 a は急冷してからの時間 t が十分大きい領域で