一体アンダーソンモデルにおける厳密解
「一体の近藤状態はどこまでわかったか」

阪大工　興地斐男

アンダーソンハミルトニアン[1)]

$$H=\sum_{k,\sigma}\epsilon_k c^+_{k\sigma}c_{k\sigma}+\sum_{k\sigma}V_k(c^+_{k\sigma}d_\sigma+d^+_\sigma c_{k\sigma})+\epsilon_d\sum_\sigma d^+_\sigma d_\sigma+Ud^+_\uparrow d_\uparrow d^+_\downarrow d_\downarrow \tag{1}$$

は(a) V_kはkによらず一定, (b) $\epsilon_k=k$とすると一次元系のハミルトニアン

$$H=\sum_\sigma\int dx\Big[c^+_\sigma(x)\Big(-i\frac{d}{dx}\Big)c_\sigma(x)+V\delta(x)\{c^+_\sigma(x)d_\sigma+d^+_\sigma c_\sigma(x)\}\Big]$$

$$+\epsilon_d\sum_\sigma d^+_\sigma d_\sigma+Ud^+_\uparrow d_\uparrow d^+_\downarrow d_\downarrow \tag{2}$$

と書き直せる。ただしここでは不純物を$x=0$におき，エネルギー原点をフェルミレベルにとってある。これにベーテ仮説を用いると次のベーテ・ヤン型の方程式を得る。

$$e^{ik_jL}\cdot\frac{k_j-\epsilon_d-iV^2/2}{k_j-\epsilon_d+iV^2/2}\cdot\prod_{\beta=1}^{M}\frac{B(k_j)-\Lambda_\beta-iUV^2/2}{B(k_j)-\Lambda_\beta+iUV^2/2}=1 \qquad j=1,2,\cdots,N. \tag{3a}$$

$$-\prod_{j=1}^{N}\frac{B(k_j)-\Lambda_\alpha-iUV^2/2}{B(k_j)-\Lambda_\alpha+iUV^2/2}\cdot\prod_{\beta=1}^{M}\frac{\Lambda_\alpha-\Lambda_\beta-iUV^2}{\Lambda_\alpha-\Lambda_\beta+iUV^2}=1 \qquad \alpha=1,2,\cdots,M \tag{3b}$$

Lは一次元系の長さ，Λはスピンに関する変数である。ただし(3)式はエネルギー固有値$E=\sum k_j$，全スピンのz成分　$S_z=(N/2)-M$に対してたてられている。ここでNは全電子数，Mは下向きスピンの数である。(3)式より基底状態では$B(k_j^\pm)=\Lambda_\alpha\pm iUV^2/2$（ただし$\Lambda_\alpha$は実数）を満足する複素数$k_j^\pm$が解となり，[3)] 磁気的励起は実数解$k_j$で表わされる。[4)]
以下では解析的な表現が得られている対称アンダーソンモデル($U+2\epsilon_d=0$)について述べる。系を熱力学的極限で考え，基底エネルギーEを求めると

$$[E-E(U=0)]/V^2=-\frac{1}{\pi}\Big[u\tan^{-1}u-\frac{1}{2}\log(1+u^2)\Big]$$

$$-\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty dx\int_0^\infty dy\,\frac{\sqrt{x}\,\mathrm{cosech}\,\pi(x+y^2)}{(y+\sqrt{u}/2)^2+u/4} \tag{4}$$

となる[3)]。ただし$u=U/V^2$。(4)式はuの小さいときは以前に得られていた摂動計算の答えを与え，uの大きい極限ではs-dモデルで得られていた結果を出す。帯磁率χ_m，電荷感受率χ_cも同様に計算できて

$$\pi V^2\chi_m=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{(1+u^2-4ux^2)e^{-\pi x^2}dx}{(1+u^2-4ux^2)^2+16u^3x^2}+\frac{\pi}{2\sqrt{u}}\exp\Big[\frac{\pi}{4}\Big(u-\frac{1}{u}\Big)\Big] \tag{5}$$

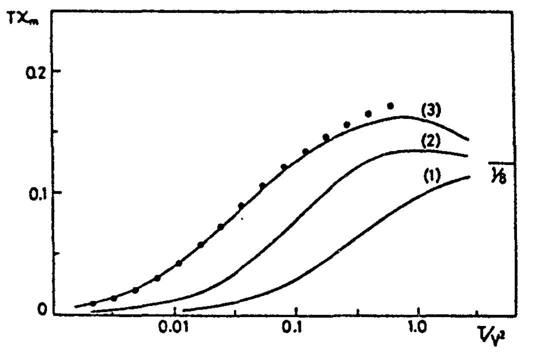
$$\frac{\pi V^2}{4}\chi_c = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(1+u^2+4ux^2)e^{-\pi x^2}dx}{(1+u^2+4ux^2)-16u^3x^2} \qquad (6)$$

となる。χ_mの第2項がuが大きいときにs-dモデルで得られている結果を導き，u~1程度で第1項（摂動論で導かれる項）よりもずっと大きい値となり，u=0に特異点を持つ．これらのことよりs-dモデルでの多体効果（近藤効果）はu~0附近まで存在すると考えられuが小さいところから出発する摂動論的アプローチではこのモデルの本質をつかみ得ないことを示している．さらに低温での電子比熱係数γは$U=\epsilon_d=0$で規格化した値$\tilde{\gamma}$で書くと$\tilde{\gamma}=(\tilde{\chi}_m+\tilde{\chi}_c)/2$となる。[6]

次に帯磁率，比熱の温度変化の計算結果を図に示す。これらは対称アンダーソンモデルの場合でも数値的にしか得られない[7]（図1，図2参照）。これらの図を見てもs-dモデルでの多体効果がuの比較的小さい値でも存在していることがよくわかる。さらに磁場中での比熱の計算結果も図3に示した。

非対称アンダーソンモデル（$U\neq-2\epsilon_d$）の上記の物理量および磁気抵抗の計算結果は原論文を参照していただきたい[8]。

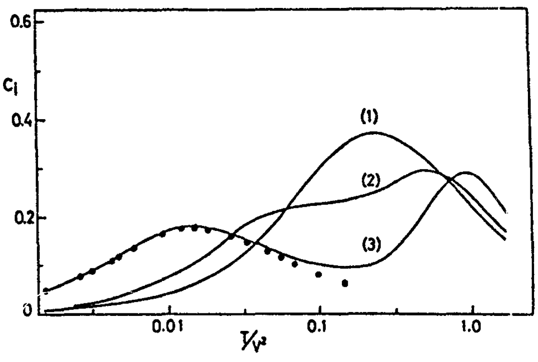
以上述べてきたことから次のことがいえると思う。すなわちアンダーソンモデルではたとえuの値が小さくとも有限である限りは，摂動論的アプローチで得られる状態とは本質的に異なる状態が基底状態として実現されており，その状態はs-dモデルで実現されている一重項束縛状態と基本的に同じものであると考えてよい。そしてくり込み群，ベーテ仮説の方法がs-dモデル，アンダーソンモデルに適用され，有限温度での帯磁率，比熱の計算がなされたことにより，近藤効果と呼ばれる局所的電子相関効果により生ずる物理現象の全貌がようやく明らかにされたといえる。



第1図　帯磁率の温度変化

(1) $U/V^2=0$，(2) 2.0，(3) 4.0

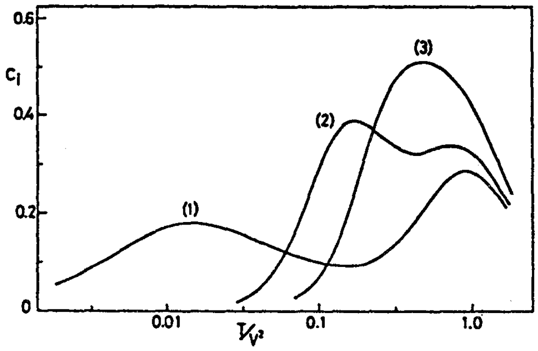
くりこみ群によるs-dモデルの結果[9]を黒丸で記入してある



第2図　比熱の温度変化

(1) $U/V^2=0$，(2) 2.0，(3) 4.0

黒丸はs-dモデルの厳密解で得られたもの[10]を記入したもの



第3図　外部磁場中での比熱の温度変化
$U/V^2 = 4.0$, (1) $H/V^2 = 0$ (2) 0.5
(3) 1.0

References

1) P.W. Anderson, Phys. Rev. 124 (1961) 41

2) P.B. Wiegmann, Phys. Lett. 80A (1980) 163

3) N. Kawakami and A. Okiji, Phys. Lett. 86A (1981) 483

4) A. Okiji and N. Kawakami, Solid State Commun. 43 (1982) 365

P.B. Wiegmann, V.M. Filyov and A.M. Tsvelick, JETP Lett. 35 (1982) 92

5) K. Yosida and A. Yoshimori, Magnetism V ed. H. Suhl (Academic Press, New York, 1973) p253

6) N. Kawakami and A. Okiji, Solid State Commun. 43 (1982) 467

V.M. Filyov, A.M. Tsvelick and P.B. Wiegmann, Phys. Lett. 89A (1982) 157

7) A. Okiji and N. Kawakami to be published

8) N. Kawakami and A. Okiji, J. Phys. Soc. Jpn. 51 (1982) 1145, 2043

A. Okiji and N. Kawakami, J. Phys. Soc. Jpn. 51 (1982) 3192

P.B. Wiegmann and A.M. Tsvelick, JETP Lett. 35 (1982) 120

9) H.R. Krishna-murthy, K.G. Wilson and J.W. Wilkins, Phys. Rev. Lett. 35 (1975) 1101

H.R. Krishna-murthy, J.W. Wilkins and K.G. Wilson, Phys. Rev. B21 (1980) 1003

10) V.T. Rajan, J.H. Lowenstein and N. Andrei, Phys. Rev. Lett. 49 (1982) 497

H.U. Desgranges and K.D. Schotte, Phys. Lett. 91A (1982) 240

V. Melnikov, Pisma Zh. Eksp. Theor. Fiz. 35 (1982) 414