

## 反強磁性超伝導体

東北大学 理学部 鈴木順三

### §1 はじめに

超伝導と磁性の共存の問題は古くから研究されてきたが、最近 (RE)Mo<sub>6</sub>S<sub>8</sub> 及び (RE)Rh<sub>4</sub>B<sub>4</sub> (RE は稀土類イオン) 等の物質で両者の共存が発見されて以来、磁性超伝導体への関心が高まってきた。特に反強磁性超伝導体については、実験的に多く見つかり、<sup>(1),(2)</sup> 理論的に説明する試みも盛んになされてきた。<sup>(3)-(8)</sup> 例えば、臨界磁場 H<sub>c2</sub> の実験に対する定量的な計算がいろいろなモデルについてなされている。<sup>(4),(7),(8)</sup>

磁気的な秩序が生じると、s-f 相互作用を通して反強磁性による分子場  $\vec{H}_0$  が、伝導電子に働くと考えられるが、3次元的なバンドをもつ系での取り扱いが複雑である。そこで1次元的なバンドをもつ場合の超伝導状態を調べる試みもなされてきた。<sup>(3),(5)</sup> 超伝導の秩序パラメーターは、空間的に一様なもの、 $\Delta$  (BCS状態) の他に、 $\vec{H}_0$  に誘起される秩序パラメーター  $\Delta_0$  も考えられるが、<sup>(3)</sup> 1次元バンドでは  $\Delta_0$  は出現しない事が示された。<sup>(5)</sup> これに対し、さらに一様な外場  $\vec{H}_0$  を加えた場合の超伝導状態も調べられ、<sup>(9)</sup> 2次相転移付近では、 $\Delta_0$  と  $\Delta$  が共存する事が明らかになった。<sup>(10)</sup>

ここでは、1次元的なバンドをもつ超伝導体に、 $\vec{H}_0$  及び  $\vec{H}$  を外場として加えた場合の超伝導状態について詳しく調べた結果を報告する。§2 ではBCS状態を仮定して  $\vec{H}_0 \parallel \vec{H}_0$  <sup>(9),(10)</sup> 及び  $\vec{H}_0 \perp \vec{H}_0$  <sup>(11)</sup> の場合を比較する。§3 では  $\vec{H}_0$  により生じる空間的に変化する秩序状態について述べる。

### §2 BCS状態

Cooper 対が、 $\vec{H}_0$  及び  $\vec{H}$  により破られる理由は次のように考えられる。 $\vec{H}_0$  は、↑ スピンをもつ電子の Fermi 面と ↓ スピンをもつ電子の Fermi 面をそれぞれ反対方向に移動させるし、一方  $\vec{H}$  は Fermi 面に絶縁的な gap を作るので、Cooper 対を作るのに余分のエネルギーを必要とするからである。ところが  $\vec{H}$  と  $\vec{H}_0$  の両方同時に存在する場合の超伝導状態への影響は簡単ではない。ここではBCS状態について調べる。

伝導電子の運動エネルギーは、 $a_{k,\alpha}^\dagger$  を生成演算子として次のように表わされる。

$$H_{kin} = \sum_{k,\sigma} \epsilon_k a_{k\sigma}^\dagger a_{k\sigma} . \quad (1)$$

ここで1次元バンド  $\epsilon_k = -\epsilon_{k+2k_F}$  ( $k_F$  は Fermi 波数) を仮定する。外場  $\vec{H}$  は z 方向、正弦波磁場  $\vec{H}_0$  は  $\vec{H}_0 \parallel \vec{H}_0$  ( $\vec{H}_0 \perp \vec{H}_0$ ) の場合は z (x) 方向にとる。伝導電子と、 $\vec{H}_0$  及び  $\vec{H}$  との相互作用は次のように表わされる。

$$H_{ex, \perp} = -H_0 \sum_{R, \alpha, \beta} (\sigma_z)_{\alpha\beta} a_{R\alpha}^\dagger a_{R\beta} - H_Q \sum_{R, \alpha, \beta} (\sigma_x)_{\alpha\beta} (a_{R\alpha}^\dagger a_{R+\hat{Q}\beta} + h.c.). \quad (2)$$

但し  $\sigma_z, \sigma_x$  は Pauli 行列である。ここでは  $Q=2R_{\parallel}$  と仮定する。又  $\mu_B = R_B = 1$  とする。BCS相互作用は次のように書かれる。

$$H_{BCS} = - \sum_R \Delta (a_{R\uparrow}^\dagger a_{-R\downarrow}^\dagger + h.c.), \quad (3)$$

$$\Delta = V \sum_R \langle a_{-R\downarrow} a_{R\uparrow} \rangle_H, \quad (4)$$

但し  $V$  は相互作用定数。  $H = H_{kin} + H_{ex} + H_{BCS}$ 。  $\Delta$  による自由エネルギーの変化は

$$\Delta F/N(0) = \Delta^2/\lambda - \int_0^{\Delta} d(\Delta)^2 \ 1/\lambda, \quad (5)$$

で与えられる。  $\lambda = N(0)V$ 。  $N(0)$  は Fermi 面の一粒状態密度。  $\Delta$  は(4)式により self-consistent に決められるが、そのうち(5)式を最小にするものが実現される。

まず  $\vec{H}_0 \parallel \vec{H}_Q$  の場合を考える。(4)式を書き直すと

$$\frac{1}{\lambda} = \int_{-\omega_D}^{\omega_D} d\varepsilon_R T \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(\omega_n - iH_0)^2 + \varepsilon_R^2 + \Delta^2 - H_Q^2}{[(\omega_n - iH_0)^2 + \varepsilon_R^2 + \Delta^2 + H_Q^2]^2 - 4\Delta^2 H_Q^2}. \quad (6)$$

但し  $\omega_D$  は Debye エネルギーで、Fermi エネルギーより十分小さいと仮定した。  $\omega_n = \pi T(2n+1)$ 。  $n$  は整数。温度を下げていった時の超伝導の領域を図1に示す。  $\Delta_0 = 2\omega_D e^{-1/\lambda}$ 。

実線(破線)は、 $T=0$  (2次相転移温度が安定)の場合の境界を示す。曲線(II)の左下(右上)の領域で、通常の(gapless) BCS状態が存在する。  $H_0/\Delta_0$  が大きくなって  $H_0 \sim H_Q$  の場合はいつも超伝導が存在する事は著しい特徴である。

$\vec{H}_0 \parallel \vec{H}_Q$  の場合は、(4)式の他に  $\vec{H}_Q$  により誘起される秩序パラメータ

ラックスター

$$\Delta_Q = V_1 \sum_R \langle a_{-R\downarrow} a_{R+\hat{Q}\uparrow} \rangle, \quad (7)$$

が存在する。実際  $T=T_c$  の近くで自由エネルギーは

$$\Delta F/N(0) = A_{0,2} \Delta^2 + 2A_{0,1} \Delta \Delta_Q + A_{0,0} \Delta_Q^2 + \dots \quad (8)$$

と展開される。係数について  $A_{0,0} > 0$  ,  $A_{0,1} \propto H_0 H_Q$  より、  $H_0 H_Q \neq 0$  であれば  $\Delta$  と  $\Delta_Q$  が共存する事が分かる。

図2に、  $\lambda_1 (= N(0)V_1)$  が大きくなると2次相転移温度より得られる超伝導の領域が増大する事を示した。  $\lambda_1 = 0.0$  の場

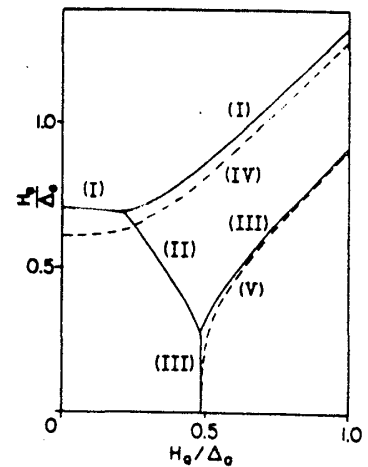


図1 (文献9)

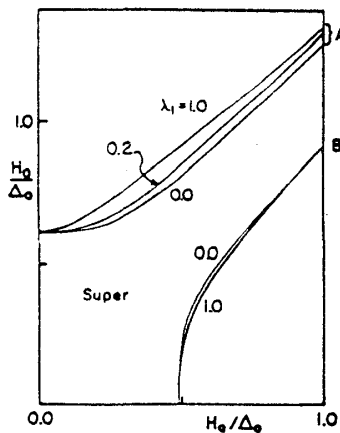


図2 (文献10)

合が、図1の破線に対応している。

次に  $\vec{H}_0 \perp \vec{H}_Q$  の場合を考える。(4)式を書き直すと、

$$\frac{1}{\lambda} = \int_{-\omega_D}^{\omega_D} d\varepsilon_R \frac{1}{2} T \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{\alpha=\pm} \frac{1}{\omega_n^2 + E_{\alpha}^2} \partial E_{\alpha}^2 / \partial \Delta^2, \quad (9)$$

$$E_{\pm} = [ \varepsilon_R^2 + \Delta^2 + H_0^2 + H_Q^2 \pm 2 \{ \varepsilon_R^2 H_0^2 + \Delta^2 (H_0^2 + H_Q^2) \}^{1/2} ]^{1/2}. \quad (10)$$

温度を下げていった場合の超伝導の領域を図3に示す。実線(破線)は  $T=0$  (2次相転移温度)より得られた境界である。 $\vec{H}_0 \perp \vec{H}_Q$  の場合には、 $H_Q/\Delta_0 > 0.49$  の場合に超伝導の領域が存在しない。図1と図3を比較すると  $\vec{H}_0 \parallel \vec{H}_Q$  と  $\vec{H}_0 \perp \vec{H}_Q$  の場合では超伝導の存在する領域に大きな違いがある事がわかるが、この違いは(6)式及び(9)式で得られる系のスペクトラムからも理解できる。 $\vec{H}_0 \parallel \vec{H}_Q$  の場合には、 $\Delta$ 及び  $H_Q$  により Fermi面に作られる gap が、 $|H_Q - \Delta| < H_0$  の場合消えるので、 $H_Q/\Delta_0$  が大きくても超伝導が可能になる。 $\vec{H}_0 \perp \vec{H}_Q$  の

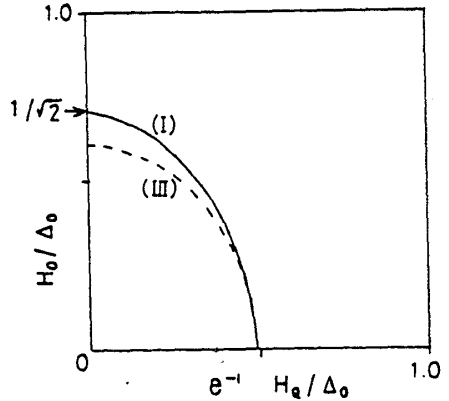


図3 (文献11)

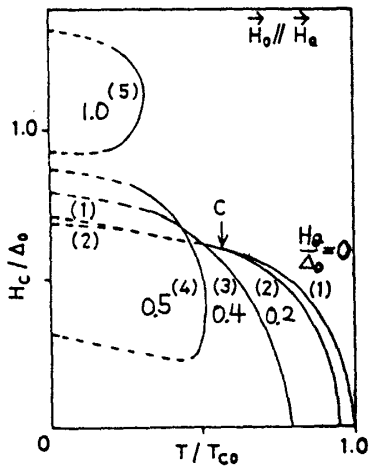


図4 (文献11)

場合には Fermi面のところにいつも  $H_0$  より大きい gap ができ、超伝導の存在領域に対して  $H_Q/\Delta_0$  の上限が存在する。両者の超伝導の領域の違いを、臨界磁場  $H_c$  を計算して、図4及び図5に示した。実線(破線)は2次(1次)転移に対応する。 $\vec{H}_0 \parallel \vec{H}_Q$  の場合は  $H_Q/\Delta_0$  の値が大きくとも  $H_0 \sim H_Q$  付近で超伝導の領域が島状に存在する。

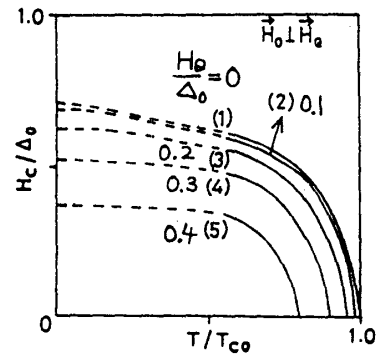


図5 (文献11)

$\vec{H}_0 \perp \vec{H}_Q$  の場合は  $H_Q/\Delta_0$  が増大すると超伝導の領域は単調に減少する。

次に  $\vec{H}_0$  と  $\vec{H}_Q$  のなす角  $\theta$  が任意の場合について調べる。図6に、2次相転移から得られる領域を  $\cos\theta$  を固定して示した ( $\lambda_1 = 0.2$ )。  $\vec{H}_0 \parallel \vec{H}_Q$  の場合に右上にのびた領域は  $\theta = 0$  の近くに限られる事が分かる。

(8)式の  $A_{0,1}$  は  $A_{0,1} \propto H_0 H_Q \cos\theta$  と書ける事より、 $\theta \neq \pi/2$  であれば  $\Delta$  と  $\Delta_Q$  は共存する事が分かった。

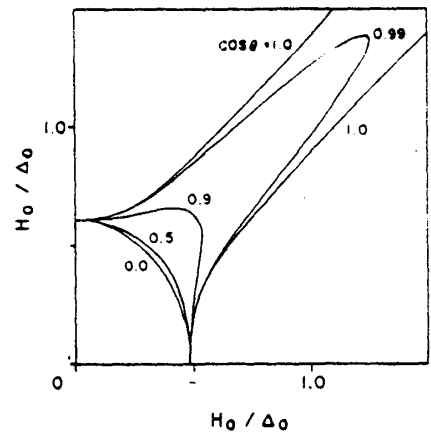


図6 (文献12)

### §3 空間的に変化する超伝導状態

$H_0$ が大きくなると電子対の運動量の和が零である(BCS)状態よりは、有限な値をもつ状態の方が超伝導を安定化する事は3次元ではすでによく知られている。<sup>(13-15)</sup> この状態は最初 Fulde と Ferrell (FF) により調べられた。FF状態は

$$H_{FF} = \sum_{\mathbf{k}} (\Delta_{\mathbf{g}} a_{\mathbf{k}+\mathbf{g}/2\uparrow}^{\dagger} a_{-\mathbf{k}+\mathbf{g}/2\downarrow}^{\dagger} + h.c.), \quad (11)$$

$$\Delta_{\mathbf{g}} = V \sum_{\mathbf{R}} \langle a_{-\mathbf{R}+\mathbf{g}/2\downarrow} a_{\mathbf{R}+\mathbf{g}/2\uparrow} \rangle, \quad (12)$$

という電子対を考え、自由エネルギーを最小にするように

$$\bar{\varphi} = v_F \mathbf{g} / 2H_0, \quad (13)$$

を決める。その値を $\bar{\varphi}_0$ とする。 $\bar{\varphi}_0 \neq 0$  ( $=0$ )がFF (BCS)状態である。3次元の場合(11)式よりもっとエネルギーの低い状態が, Larkin と Ovchinnikov<sup>(14)</sup>により調べられた。これは1次元の場合次のように表わされる。

$$H_{LO} = \sum_{\mathbf{k}} (\Delta_{\mathbf{g}} a_{\mathbf{k}+\mathbf{g}/2\uparrow}^{\dagger} a_{-\mathbf{k}+\mathbf{g}/2\downarrow}^{\dagger} + \Delta_{-\mathbf{g}} a_{\mathbf{k}-\mathbf{g}/2\uparrow}^{\dagger} a_{-\mathbf{k}-\mathbf{g}/2\downarrow}^{\dagger} + h.c.). \quad (14)$$

これをLO状態と呼ぶ事にする。(11)式から分かるようにFF状態は任意の温度で調べる事が容易である。しかしLO状態は困難なので2次相転移温度付近のみ調べてFF状態と比較する。2次相転移温度 $T_c$ の近くでFF状態の自由エネルギーは

$$\Delta F_{FF} / N(0) = A(T, \bar{\varphi}) |\Delta_{\mathbf{g}}|^2 + B(T, \bar{\varphi}) |\Delta_{\mathbf{g}}|^4 + \dots, \quad (15)$$

と書く事ができる。 $A(T, \bar{\varphi}) = A(T, -\bar{\varphi})$ であるから $\bar{\varphi} > 0$ としてよい。 $A(T_c, \bar{\varphi}_0) \equiv 0$ .

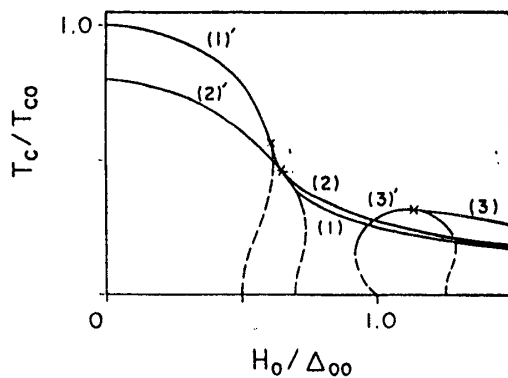


図7 (文献16)

$\vec{H}_0 // \vec{H}_0$ の場合の $T_c^{FF}$ を図7の曲線(1), (2) (3)に示す。 $\Delta_{00} = \Delta_0$ .  $T_{c0} = 1.13 \omega_D e^{-1/2}$   
 $H_0/\Delta_0 = 0$  (1), 0.6 (2), 1.0 (3). X印は  
 $T_c^{FF}$ と $T_c^{BCS}$ の境界である。実線(破線)  
 は $B > 0$  ( $B < 0$ )に対応する。 $H_0 = 0$ の場合

$$\frac{1}{2U_F^2} \frac{\partial^2 A(T, \bar{\varphi})}{\partial \bar{\varphi}^2} = B(T, \bar{\varphi}), \quad (H_0 = 0), \quad (16)$$

という関係が成り立つ事から、 $T_c^{BCS}$ が不安定になると( $B < 0$ )、安定な( $B > 0$ ) $T_c^{FF}$ が出現する(曲線(1)'及び(1))。一方 $H_0 \neq 0$ では

$T_c^{BCS}$ が安定なところから $T_c^{FF}$ が始まる。 $T_c^{BCS}$ が不安定になる場所からはじまるBCSの1次相転移温度 $T_1^{BCS}$ は $T_1^{BCS} < T_c^{FF}$ となっている。 $H_0$ が大きくなると曲線(2)及び(3)は曲線(1)に近づき $T_c^{FF} \sim T_{c0} / H_0^2$ という漸近形をもつ。すなわち $\vec{H}_0 // \vec{H}_0$ の場合には $H_0$ が十分大きくなれば、任意の $H_0/\Delta_0$ の値に対してFF状態が存在する事が分かる。 $\bar{\varphi}_0$ はX印の場所から現われ $H_0/\Delta_0$ が大きくなると1に近づく。

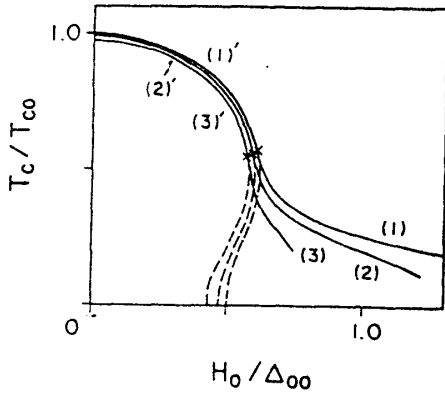


図 8 (文献 16)

$\vec{H}_0 \perp \vec{H}_0$  の場合の  $T_c^{FF}$  を図 8 に示す。  $H_0/\Delta_0 = 0$  (1) 0.1 (2), 0.16 (3)。  $H_0 \neq 0$  の場合  $T_c^{FF}$  に対して  $H_0/\Delta_{00}$  の上限がある事が分かる。又、X 印の場所で  $T_c^{BCS}$  がすでに不安定になっているので、X 印の近くで BCS の 1 次相転移温度が  $T_c^{FF}$  より高くなる部分が存在する。

次に L0 状態を調べる。(15) 式に対応する式は

$$\Delta F_{L0}/N(0) = A(T, \bar{\xi}) (|\Delta_g|^2 + |\Delta_{-g}|^2)$$

$$+ B(T, \bar{\xi}) (|\Delta_g|^4 + |\Delta_{-g}|^4) + 2B'(T, \bar{\xi}) |\Delta_g|^2 |\Delta_{-g}|^2 + \dots, (17)$$

と書く事ができる。(15) 式(17) 式より、  $T_c^{FF} = T_c^{L0}$  である事が分かる。L0 状態は実際  $|\Delta_g| = |\Delta_{-g}|$  について考えるが、この場合(15) 式に対応する 4 次の係数は  $B_{eff} = (B+B')/2$  となる。  $H_0=0$  の場合  $T = T_c^{L0}$  で  $B' = 0$  が解析的に示される。つまり  $B_{eff} = B/2$ 。数値計算によると、図 7、図 8 の  $T_c^{FF}$  が最も高い場合、  $B_{eff}$  は  $0 < B_{eff} < B$  である。すなわち空間的に変化する状態への 2 次相転移は、L0 状態への 2 次相転移である事が分かった。但し(15) 式、(17) 式から分かるように  $T_c^{FF} = T_c^{L0}$  であるので、FF 状態への 2 次相転移温度から求めた  $H_0-H_0$  平面の超伝導の領域は、L0 状態への領域と一致している。

#### § 4 まとめ

ここでは 1 次元バンドを仮定して外場  $\vec{H}_0$  及び  $\vec{H}_0$  の超伝導状態への影響を調べた。

§ 2 で BCS 状態、§ 3 で 2 次相転移付近での FF 状態及び L0 状態を調べた。最後に、温度を下げていった場合の超伝導への相転移の相図を議論するため BCS 状態及び取り扱った簡単な FF 状態をまとめたものを、図 9 ( $\vec{H}_0 \parallel \vec{H}_0$ )、図 10 ( $\vec{H}_0 \perp \vec{H}_0$ ) に示す。  $R_1$  は  $T=0$  で FF が実現される領域、  $R_0$  は任意の温度で超伝導がおこらない領域を表す。

$\vec{H}_0 \parallel \vec{H}_0$  (図 9) の場合、  $R_1$  では FF への 2 次相転移、

$R_2$  ( $R_3$ ) では FF への 2 次相転移の後に (gapless) BCS への 1 次相転移、  $R_4$  ( $R_5$ ) では (gapless) BCS への 2 次相転移、  $R_6$  では BCS への 2 次相転移の後に超伝導でない状態へ 1 次相転移をおこす。

$\vec{H}_0 \perp \vec{H}_0$  (図 10) の場合、  $R_1$  では FF への 2 次相転移、

$R_2$  では FF への 2 次相転移の後に BCS への 1 次相転移、  $R_3$  では BCS への 1 次相転移、  $R_4$  では BCS への 2 次相転移がおきる。

このように  $\vec{H}_0 \parallel \vec{H}_0$  の場合と  $\vec{H}_0 \perp \vec{H}_0$  の場合とは、

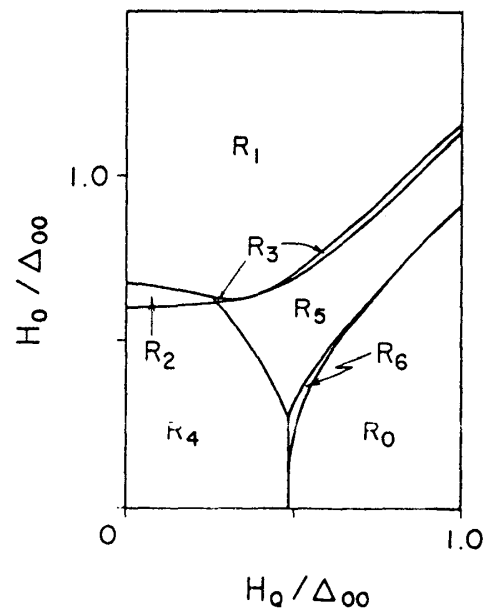


図 9 (文献 16)

超伝導のおこる領域に大きな違いが存在するが、この事は  $H_{kin} + H_{ex}$  の系のスペクトラムの違いからも理解できる。 $\vec{H}_0 // \vec{H}_0$  の場合、 $|K| = R_F$  の場所に  $\vec{H}_0$  による gap ができるが、 $H_0/\Delta_0$  が十分大きい時新しい Fermi 面は  $|K| = R_F \pm H_0/U_F$  に移り、そこでは gap は存在しない。 $\vec{H}_0 // \vec{H}_0$  の場合の FF 状態はこの新しい Fermi 面の近くの電子対より作られるので  $H_0/\Delta_0$  が十分大きくても FF 状態は実現する。一方  $\vec{H}_0 \perp \vec{H}_0$  の場合は、 $H_0/\Delta_0$  が大きくても  $\vec{H}_0$  による gap はどこにも存在するので  $H_0/\Delta_0 > 0.23$  では FF 状態は出現しない。

§3で、LO 状態が二次相転移付近で実現される事を示したが、さらに低温での計算は簡単ではない。又、低温では  $\Delta \pm 3\%$ 、 $\Delta \pm 5\%$  という秩序パラメーターが混じった状態が予想される。このような低温を研究する事は今後の興味ある問題であると考えている。

これらの研究は、東北大理学部石野莞司氏との共同研究である。又、有益な討論をしていただいた東北大理学部の都築俊夫先生、及び東北大金研の立木昌先生に、謝意を表します。

#### References

- 1) M. Ishikawa and  $\phi$ . Fisher, Solid State Commun. 24 (1977) 747.
- 2) H.C. Hamaker, L.D. Wolf, H.B. Mackay, Z. Fisk and M.B. Maple, Solid State Commun. 32 (1979) 289.
- 3) K. Machida, K. Nokura and T. Matsubara, Phys. Rev. Letters 44 (1980) 821.
- 4) K. Machida, K. Nokura and T. Matsubara, Phys. Rev. B22 (1980) 2307.
- 5) M.J. Nass, K. Levin and G.S. Grest, Phys. Rev. Letters 46(1981)614.
- 6) M.J. Nass, K. Levin, and G.S. Grest, Phys. Rev. B25 (1982) 4541.
- 7) G. Zwicknagl and P. Fulde, Z. Phys. B43 (1981) 23.
- 8) O. Sakai, M. Tachiki, T. Koyama, H. Matsumoto and H. Umezawa, Phys. Rev. B24 (1981) 3830.
- 9) Y. Suzumura and A.D.S. Nagi, Phys. Rev. B24 (1981) 5103.
- 10) Y. Suzumura and A.D.S. Nagi, J. Low Temp. Phys. 46 (1982) 397.
- 11) K. Ishino and Y. Suzumura, Progr. Theor. Phys. 68 (1982) 1009.
- 12) Y. Suzumura and K. Ishino, to appear in Solid State Commun.
- 13) P. Fulde and R.A. Ferrell, Phys. Rev. 135 (1964) A550.
- 14) A.I. Larkin and Y.N. Ovchinnikov, Zh. Eksp. Theor. Fiz. 47 (1964) 1136 [Soviet Phys. -JETP 20 (1965) 762].
- 15) S. Takada and T. Izuyama, Progr. Theor. Phys. 41 (1969) 635.
- 16) Y. Suzumura and K. Ishino, to be submitted to Progr. Theor. Phys.

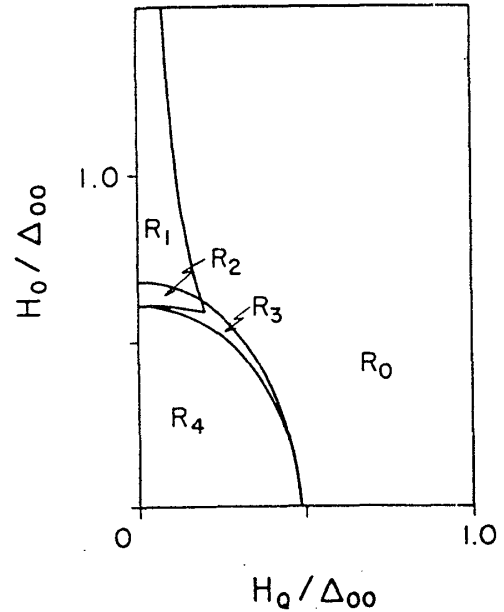


図 10 (文献16)