二次元強磁場における電子軌道の局在

京大基研　長岡洋介

磁場中の二次元電子系における状態局在の問題は，量子ホール効果ともからんで注目されており，この研究会でも才一回の集りで安藤，小野により論じられた．磁場がない場合、二次元系では不規則ポテンシャルがどんなに弱くてもすべての状態が局在する．磁場中でも，弱磁場における弱局在の理論によれば，やはりすべての状態が局在するように思われる．一方，青木・安藤[1]は久保公式に基づいた議論により、すべての状態が（指数関数的に）局在すればホール伝導度がゼロになることを示し，量子ホール効果が観測されていることは広がった状態の存在を意味すると論じた．では、広がった状態は存在するのか，しないのか．

この問題は、不規則ポテンシャルが空間的にゆっくり変化している場合の強磁場の極限では、単純な古典論の問題に帰着する．このような場合のことも安藤により論じられているが，ここでは安藤の議論を復習しながら私自身の考えを述べてみたい．

電子間相互作用は無視し，強磁場中で電子がすべて最低のランダウ準位のみに存在する場合を考える．このとき電子は半径

$$l = \sqrt{\hbar c/eB} \tag{1}$$

の円運動を行い，その中心座標はポテンシャルの等高線に沿って移動する．量子力学的にいえば，波動関数は幅 l で等高線に沿って広がることになる．したがって，強磁場の極限（$l \to 0$）では、波動関数が局在するかどうかは，等高線が閉じているか広がっているかの、不規則ポテンシャルの「地形学」の問題に帰着することになる．[3]

簡単のため，不規則ポテンシャル $V(\mathbf{x})$ の分布は、$V=0$ の上下で対称と仮定する．いま，図1のように $V(\mathbf{x}) > E$ の領域に斜線を引いて表わすとしよう．E を次第に小さくすると，斜線の領域が広がり，融合しながら大きくなる．そして，E があるエネルギー E_c に達すると，それはひと続きの領域として全領域の端から端まで達するようになる．これは二次元連続空間におけるパーコレイションの問題にほかならない．$E < E_c$ では，こんどは図2のように $V(\mathbf{x}) < E$ の領域が方々に孤立する．E を小さい方から増してい

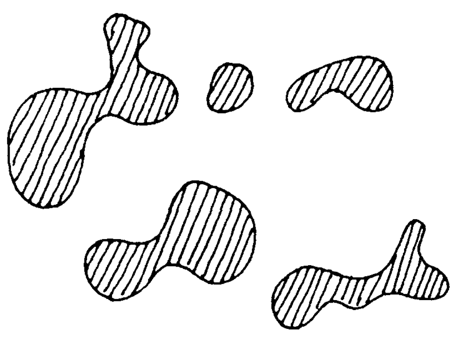

図1　$E > E_c$

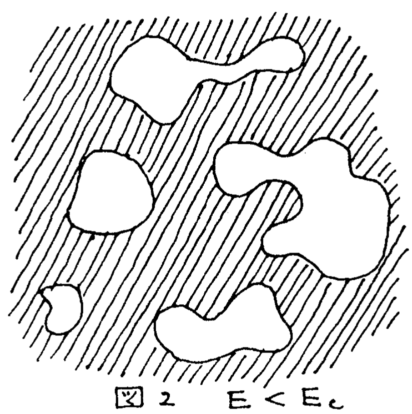

図2　$E < E_c$

くと，$V(\mathbf{r}) < E$ の領域のパーコレイションの問題になる．二つの問題はまったく対称だから，境界のエネルギーは

$$E_c = 0 \tag{2}$$

でなければならない．

斜線領域の縁が $V(\mathbf{r}) = E$ の等高線であるが，図のように $E > E_c$ でも $E < E_c$ でも等高線は閉じる．広がった等高線はパーコレイションが起きた瞬間 $E = E_c = 0$ にのみ存在する．$E = 0$ の近くでは，$V(\mathbf{r}) > E$ の領域が全体に占める割合は

$$p = 1/2 + \alpha E \quad (\alpha \text{は定数}) \tag{3}$$

のように変化すると考えてよい．したがって，パーコレイションの理論により，斜線領域の広がり ξ（～波動関数の広がり）は E の関数として

$$\xi(E) \propto (p - p_c)^{-\nu} \propto E^{-\nu}, \qquad \nu = 4/3 \tag{4}$$

のように変化すると考えられる．

磁場が有限であれば，波動関数は等高線に垂直な方向に l の程度広がるから，古典的な軌道（＝等高線）どうしが近づくと，電子はその間をトンネル効果により移動できる．したがって，$E \sim 0$ ではトンネルで不規則につながった古典軌道のネットワーク（図３）になる．この場合の局在は，量子力学の問題，すなわち本来のアンダーソン局在の問題として考えなければならない．弱磁場と質的なちがいはないのだから，ここではすべての状

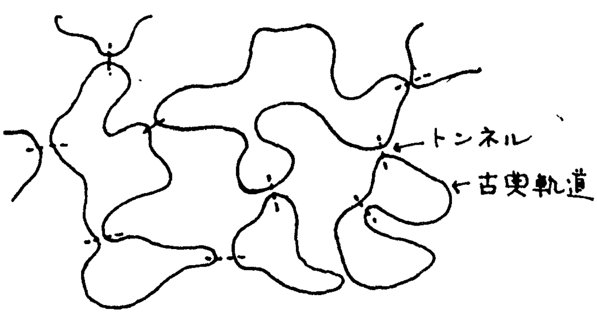

図３

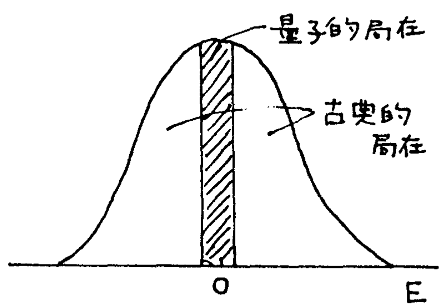

図４

が局在すると考えるのが自然であろう．すなわち，$E \sim 0$ の近くで古典的なレジームから量子的なレジームへのクロス・オーバーが起こり，$E \sim 0$ の領域では量子的な局在が起こると考えるべきではなかろうか．（図４）

静的な一様磁場をかけると，不規則ポテンシャルの等高線の形に質的な変化が起こる．理科室においてあるような地形の模型を傾けて水につけた場合を考えればよい．低い方は水に沈んで，傾斜に垂直な向きに「海岸線」ができるであろう（図５）．すなわち，全系の両端の電位差が不規則ポテンシャルの振幅より大きければ，電場に垂直な向きに広がった等高線が生じるのである．海岸線の近くには島や湖も生じ，そのまわりには閉じた等高線も残る．磁場が有限なら，これらの閉じた軌道との間にトンネル効果が起こり，海岸線に沿って移動する電子は不規則なポテンシャルを感じることになろう．しかし，電子の移動する向きは決まっているから，それによる局在は起きえない．量子力学的にも，電場に垂直な向きに広がった状態が生じると考えられる．これらの状態はホール電流を運ぶこと

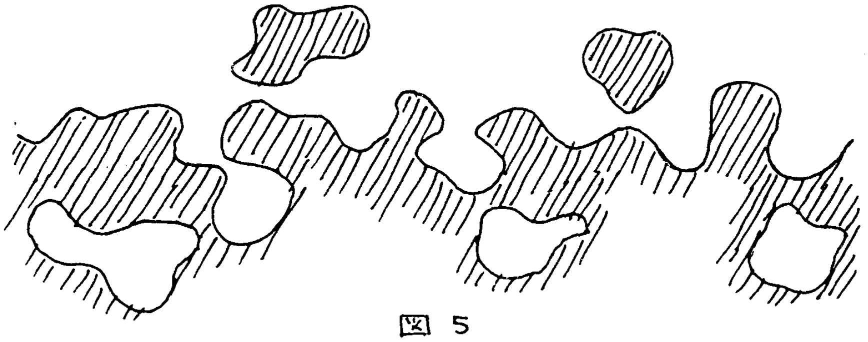

図 5

ができる．全系の両端にかけた電位差が不規則ポテンシャルの振幅より小さければ，広がった等高線が生じないが，これは実験的に電位差が小さすぎると量子ホール効果がよく見えなくなる事実と関係があるかも知れない．

このように考えると，かりに電場がないときすべての状態が局在しても，電場をかけるとホール電流が流れうることがわかる．これは青木・安藤の結論と異なるが，ちがいはどこから来るのだろうか．それは青木・安藤の議論が久保公式に基づいていることによると思われる．久保理論は無限小の外場に対する線形応答の理論である．この問題では，外からかける電位差が不規則ポテンシャルより強くなると，電子状態に質的な変化が生じる．線形応答理論はこのような場合には適用できないのだと思う．これに対して，電子状態が電場で大きく変わるのは，もともと電場がないときの状態の局在が E＝0 の近くでは弱いためで（図4），そのことを考慮すれば久保公式でも現象を記述できるはずだ，という反論もある．

研究会で話したあと，小野氏から個人的に Trugman[2] の論文のことをお聞した．あとで論文のコピーを送っていただいてみると，ここで述べた議論はほとんどそこに書かれている．私の話は，結果的には Trugman の論文の紹介ということになったわけである．

1) H. Aoki and T. Ando, Solid State Commun. 38 (1981), 1079.
2) S. A. Trugman, preprint.
3) ザイマン「乱れの物理学」（米沢・渡部訳，丸善）．