非整数量子ホール効果とCDWモデル

東北大 工 倉本義夫

§1. 序論

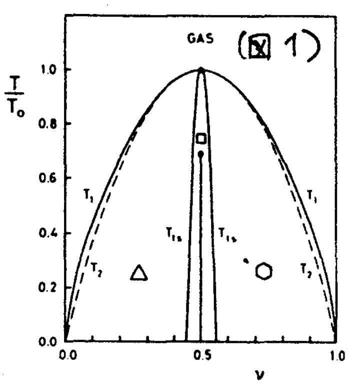
Si-MOS 反転層で発見された量子ホール効果は，一体論の範囲では理論的研究が進み，$\sigma_{xx}=0$ の場合には $\sigma_{xy}=-\frac{e^2}{h}\times$(整数) という性質が，乱雑さのある系でも成立することが示されている。[1,2] 分子線気相成長法で作られた GaAs-Al_xGa_{1-x}As ヘテロ接合では，二次元電子の移動度をSi-MOSより一桁以上高くすることができるため，よりはっきりしたHall plateau の出現が可能と考えられる。実際，50mKの実験[3]ではランダウ準位中央とフェルミ準位が一致する近傍でのみσ_{xy}が変化し，他の大部分の領域ではσ_{xy}は量子化されている。この事実は，強磁場下の電子波動関数がランダウ準位の中央付近以外ではすべて局在している[4~6]と考えることにより理解することができる。

一方 Tsui たち[7]は，最低ランダウ準位にのみ電子が分布する状況($H>60$ kG)に磁場を強めた所，ランダウ準位の占有度νが$\frac{1}{3}$付近でσ_{xy}にplateauが出ることを見出した。この効果は1K以下で顕著になり，σ_{xx}には対応するνでへこみが生ずる。更に移動度の大きい試料($\mu\sim 4\times10^5$ cm^2/V·sec)では，$\nu=\frac{2}{3}$と$\frac{3}{2}$ ($0\uparrow$ 準位は全部つまり，$0\downarrow$準位が半分つまった状態)でもHall plateauが出現することを報告している。[8] この時，σ_{xy}のplateauは非整数値に量子化されている。

一体論では，νが$\frac{1}{3}$や$\frac{2}{3}$の所で局在化に特別な効果が現れるとは考えにくい。また，ゲージ不変性に訴えるLaughlinの議論[1]によると$\sigma_{xx}=0$の時，σ_{xy}が非整数値に量子化されることは許されない。そこで一体論の枠をこえて，電子間相互作用の効果がσ_{xy}にどう影響するかを考察する意義がある。本稿では，移動度の大きい試料では電子間相互作用が乱雑さによる局在化よりも重要になるために，電荷密度波(CDW)状態が実現されている可能性を考える。CDWモデルでは$\nu=\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}$でのHall plateauが自然に説明される。[9] また，CDW状態ではLaughlinの議論[1]が成立しなくなり，非整数の量子ホール効果が許容されることを示す。

§2. Hartree-Fock 近似(HFA)でのCDW状態

まず，基底ランダウ準位にのみ電子が分布し，それ以外のランダウ準位は無視できる状況下の純粋系で得られている結果をまとめておく。図1はGerhardtsと著者[10]により，HFAの範囲で求められている系の相図である。破線は福山たち[11]により先に求められた結果を示す。我々の結果は，$T=T_0=0.136e^2/(\varepsilon l)$，$l=\sqrt{c\hbar/eH}$ 付近でのGinzburg-Landau (GL)型展開を外挿したものである。$\nu=0.5$付近に四角格子が現れていることに注目されたい。この原因は系の持つ電子・正孔対称性にある。即ち，$\nu=0.5$では，電子・正孔対称性を不変に保つ状態は一様な状態



か、self-dual である四角格子しかない。

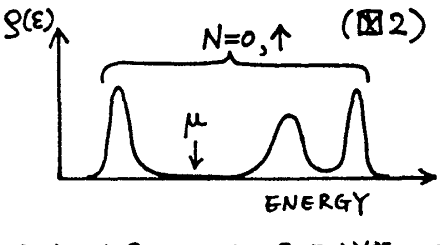
一方，T=0ではνが有理数 K/M の場合，CDW の単位胞に電子が一個ある条件の下で系のバンド構造や基底状態エネルギーを求めることができる。著者と Gerhardts[12] は，最も興味ある $\nu=\frac{1}{2}$ の場合にこれを実行し，GL型展開で得られた相図と矛盾しない結果を得た。即ち，基底状態は三角格子ではなく，四角格子の CDW になる。ところが，この四角格子では，密度パターンの電子・正孔対称性が自発的に破れていて，状態は $\nu=0.5$ で連続的でない。[13] 電子・正孔対称性を満たす四角格子はエネルギー的に少し高く（1%）バンド構造はゼロギャップ半導体になっている。[14] 各格子形の HFA エネルギーは非常に接近しているので，厳密な基底状態エネルギーとの序列の逆転は起こり得る。

さて，任意の $\nu=K/M$（K，M：互いに素な整数）の場合，磁場の存在のために Bloch 条件を満たす単位格子は CDW の単位胞の K倍の周期を持つ。例えば $\nu=49/100$ の場合，純粋系では100本のバンドが現れるが，Bloch単位格子が大きい（K=49）ために，バンド形成には非常に長いスケールでの系の均一性が必要である。従って，わずかに乱れがあると電子はCDWの domain を作り[12,14]，domain 内部で $\nu=\frac{1}{2}$ を満たすように再配置することが考えられる。$\nu=\frac{1}{2}$ ではCDW の単位胞と Bloch 単位格子が一致するので，凝集エネルギーは単位胞程度のスケールでの系の均一性があれば確保されるものと考えられる。結局，νが $\frac{1}{2}$ や $\frac{1}{3}$ 等の簡単な整数比で表される場合に CDWは特に安定化され，この近傍のνでは局所的に commensurate なCDWが出現する可能性がある。

§3. $\nu=\frac{1}{3}$付近での Hall plateau の起源

電子間相互作用と乱雑さが共存する場合には，電子間相互作用を HFA で扱うことにより，青木・安藤[2]の考え方との対応をつけることができる。まず，電子間相互作用は内力なので，単独では一様な電流密度に影響を与えないことに注意すると，乱雑さの助けにより局在した状態のみが，純粋系での $\sigma_{xy}=-nec/H$（n：密度）を部分的に打ち消すことができることがわかる。

$\nu=\frac{1}{3}$近傍での状態密度は，CDWが形成されると概略図2のようになる。ここでフェルミ準位近傍の状態が局在していると，電子数を変えても σ_{xy} の値は不変[2]なので Hall plateau が出現する。この時の σ_{xy} の値は $-\frac{e^2}{3\hbar}$ に極めて近いと考えられるが，整数の量子ホール効果程の精度があるかは不明である。



(図2)

我々のモデルでは，CDWに伴なうエネルギーギャップができることが，局在状態の形成を助けて Hall plateau をもたらすことに注意されたい。即ち，$\nu=\frac{1}{2}$ ではCDWができても四角格子でギャップがなければ，[12,14] 局在状態は形成されにくく従って Hall plateau は出現しない。こうして，HFA でのCDWへの転移温度は $\nu=\frac{1}{2}$ で最大になることと，Tsui たちの実験[7] で $\nu\sim\frac{1}{2}$ に plateau が出ない事実は，相互に矛盾しないことがわかる。[9]

さて，図2の $\nu\sim\frac{1}{3}$ の状況で有限の σ_{xy} が出現するためには，CDWを作っている波動

関数のうち局在していないものが必ず存在しなくてはならない[2]。この要請と，いわゆるCDWのピン止めとの関連は必ずしも明らかではない。実験的には，$\nu\sim\frac{1}{3}$での伝導度はOhmicである[8]ことを付言しておく。

§4．検討

我々のCDWモデルでは，νが簡単な整数比になる密度の近傍でCDWのdomainが形成され，余分な電子或いは欠損した正孔は，点欠陥或いは，domain境界に局在した状態を作るとして，Hall plateauを説明した[9]。$\nu=\frac{3}{2}$でのσ_{xx}のへこみも，ギャップのあるCDWが形成されたとして解釈することができる。乱雑さだけがある系では，フェルミ準位での状態密度は$\nu\cong\frac{3}{2}$で極大となるので，CDWの消失に伴ないσ_{xx}のへこみはピークに転化すると考えられる。後者がPaalanen et al.[3]の実験状況に対応すると解釈される。

ここでスケッチした考え方は多分に定性的であり，commensurability energyの評価，またそれを考慮したσ_{xy}の計算等定量的には残された仕事が多い。これらは今後の機会に譲るとして最後にLaughlinの議論[1,15]との関連について述べておく。

Laughlinの議論の要点は，リボン状試料の中空部をつらぬく磁束Φが磁束量子Φ_0だけ変化した時に系全体の波動関数は不変である，ということにある。ここでホール電流Iをもたらす系のエネルギー変化ΔUは，整数個の電子がリボンの一端から他端に移動したことから生じ，$I=c\Delta U/\Phi_0$と関係づけられる。さて，CDWにより系の対称性が自発的に破れ基底状態が縮退していると，$\Phi\to\Phi+\Phi_0$の変化で波動関数は縮退した別の波動関数に変換することも許される。$\Phi\to\Phi+M\Phi_0$（M：整数）の変化で初めて元の波動関数に戻る場合には，σ_{xy}は$-e^2/(hM)$の整数倍に量子化される。$M=3$が$\nu=\frac{1}{3}$の場合のCDWに相当する。

最近，Laughlinは更に，上の「$\frac{1}{3}$効果」に関連して$\Psi=\prod_{j<k}(z_j-z_k)^{\frac{1}{\nu}}\exp(-\frac{1}{4}\sum_{\ell}|z_\ell|^2)$ $(z_j=x_j+iy_j)$なる波動関数を提案している[15]。Ψの反対称性から，$\nu=\frac{1}{3},\frac{1}{5}\cdots$等のみが許されるので，一見$\nu=\frac{1}{2}$でのHall plateauの欠除と関連するようである。しかし，この波動関数では$\nu=\frac{2}{3}$も許容されないので，その妥当性には疑問がある。

参考文献

1) R. B. Laughlin, Phys. Rev. B23, 5632 (1981)
2) H. Aoki & T. Ando, Solid State Commun. 38, 1079 (1981)
3) M. A. Paalanen et al., Phys. Rev. B25, 5566 (1982)
4) T. Ando, Surface Sci. 113, 182 (1982)
5) Y. Ono, J. Phys. Soc. Japan 51, 2055 (1982)
6) S. V. Iordansky, Solid State Commun. 43, 1 (1982)
7) D. C. Tsui et al., Phys. Rev. Lett. 48, 1559 (1982)
8) H. L. Störmer et al., preprint (1982)
9) Y. Kuramoto, Phys. Rev. Lett. March (1983)

10) R.R. Gerhardts & Y. Kuramoto, Z. Phys. B44, 301 (1981)
11) H. Fukuyama et al., Phys. Rev. B19, 5211 (1979)
12) Y. Kuramoto & R.R. Gerhardts, J. Phys. Soc. Japan 51, 3810 (1982)
13) D. Yoshioka & H. Fukuyama, J. Phys. Soc. Japan 47, 394 (1979)
14) Y. Kuramoto, J. Phys. Soc. Japan 44, 1035 (1978), 45, 390 (1978)
15) R.B. Laughlin, preprint (1983)