磁気抵抗における磁場の強さによる次元変化

学習院大・理　川畑有郷

1. Introduction

二次元系の実験と称しているものの中で，たとえばMOSは理想的な二次元に近い系であろうが，金属薄膜等では多分に三次元的な要素がある．系を特徴ずける長さは，Fermi波長λ_F, mean free path λ，試料の厚さL等である．弱局在の理論が有効であるのは$\lambda_F \ll \lambda$の場合であり，$L \lesssim \lambda$ ならば，この理論のわく内では常に二次元的である．$L \gg \lambda$ の場合には，magnetic length $l = (c\hbar/eH)^{1/2}$ や diffusion length と L との比によって二次元，又は三次元的なふるまいが見られるはずである．磁気抵抗に関しては，$L \gg l$ ($L \ll l$) で三次元(二次元)的にふるまうはずであるが，この変化を定量的にあつかうのがここでの目的である．なお，$L \ll l$ の場合は Altshuler と Aronov[1] によって計算が行われている．

2. Formulation

weak localizationの理論によれば，磁気伝導率は

$$\Delta\sigma = -2\sigma_0\tau^2 \frac{1}{V}\int d\vec{r}\,\{\Gamma_H(\vec{r},\vec{r}) - \Gamma_0(\vec{r},\vec{r})\} \tag{2.1}$$

で与えられる[2]．$\Gamma_H(\vec{r},\vec{r})$は diffusion propagator で

$$\left[D(-i\vec{\nabla} - 2e\vec{A}(\vec{r})/c)^2 + 1/\tau_\varepsilon\right]\Gamma_H(\vec{r},\vec{r}') = \delta(\vec{r}-\vec{r}')/2\pi\nu\tau^2\hbar \tag{2.2}$$

の解である．$\Gamma_H(\vec{r},\vec{r})$ は 固有値方程式

$$\left[D(-i\vec{\nabla} - 2e\vec{A}(\vec{r})/c)^2 + 1/\tau_\varepsilon\right]\Phi(\vec{r}) = E\,\Phi(\vec{r}) \tag{2.3}$$

の解で展開出来る．境界条件は，各境界面で

$$D(-i\nabla_m - 2eA_m(\vec{r}))\Phi(\vec{r}) = 0 \tag{2-4}$$

とする．mは面に垂直な成分である．

3. 磁場が面に平行な場合

方程式 (2-3)の固有値は，方程式

$$\left(\frac{d^2}{dt^2} + \lambda + \frac{1}{2} - \frac{t^2}{4}\right)\phi(t) = 0 \tag{3.1}$$

の固有値 λ により

$$E_{nqp} = 4Dl^{-2}\left(\lambda_{nq} + \frac{1}{2}\right) + D\ {}^2 + 1/\tau_\varepsilon \tag{3.2}$$

と表される．ただし，$t = 2x/l - lq$，$\phi(t)$の境界条件は $\phi'(\pm L/l - lq) = 0$ である

(3.1) の一般解は，合流型超幾何関数により

$$\phi(t) = e^{-t^2/4} F\left(-\frac{\lambda}{2}, \frac{1}{2}, \frac{t^2}{2}\right),\quad e^{-t^2/4}\, t\, F\left(\frac{1-\lambda}{2}, \frac{3}{2}, \frac{t^2}{2}\right) \qquad (3.3)$$

と表せる．(2.1), (3.2) より magneto conductance（即ち $\Delta\sigma L$）は，$e^2/2\pi^2\hbar$ の単位で

$$\delta\sigma_{/\!/}(H) = \int_0^\infty d\gamma \sum_N \left\{ \left(\frac{\gamma^2}{4} + \frac{\pi^2 N^2}{4L^2} + \delta \right)^{-1/2} - \ell \left(\lambda_{N\gamma} + \frac{1}{2} + \delta L^2 \right)^{-1/2} \right\} \qquad (3.4)$$

$$(\delta = 1/4D\tau_\varepsilon)$$

となる．数値計算により $\lambda_{N\gamma}$ を求めて $\delta\sigma(H)$ を計算した．

4．磁場が面に垂直な場合．

この場合は，面に垂直な方向の運動が量子化されるのみで，三次元の場合と本質的な点は変らないので議論は省略する．

5．計算の結果

計算の結果は下図に示したように $L \lesssim \ell$ では $\delta\sigma_{/\!/}$ と $\delta\sigma_{\perp}$ は大きく異るが，$L \gtrsim 2\ell$ では両者は大体一致し，$\sqrt{H}$ に比例している．$L \gg \ell$ でも両者が平行で一致しないのは，surface state による $\delta\sigma_{/\!/}$ の減少のためと思われる．（τ_ε は $L^2/4D\tau_\varepsilon = 0.01$ ととった）．

References

1) B.L. Altshuler and A.G. Aronov; JETP Lett. 33 (1981) 499

2) A. Kawabata; J. Phys. Soc. Japan 49 (1980) 628