コースグレインされた物理量の一般的性質とアンダーソン局在

新潟大、工　合田正毅

短距離相互作用で構成されている系 $H=\sum_{l}|l\rangle\alpha_l\langle l|+\sum_{l\neq l'}|l\rangle t_{l,l'}\langle l'|$ を考える。この系の最大及び最小固有値は発散しないものとする（$\|H\|\leq E_M<\infty$）。グリーン関数 $G(E)\equiv(H-E)^{-1}$,（$E=\varepsilon+i\Gamma$, $\Gamma>0$）を考えると、このグリーン関数の虚数部分より計算される種々の物理量は Γ なる巾でコースグレイン（粗視化）されたものとなる。この時以下の性質を持つ有効"距離" $m_0(E)$ の存在が保証される[1]。

1. $1<m_0(\varepsilon+i\Gamma)<1+\dfrac{E_M^2}{\Gamma^2}$

2. $|G_{l,l'}(E)|<\mathrm{Min}\{|G_{l,l}(E)|,|G_{l',l'}(E)|\}\sqrt{\dfrac{m_0(E)}{1-\exp\{-1/m_0(E)\}}}\exp\{-m(l,l')/2m_0(E)\}$

3. $|G_{l,l'}(E)|$ は l,l' より"距離" $m_0(E)$ の範囲にある行列要素 $\{\alpha_k\}$, $\{t_{k,k'}\}$,
   （$m(k,l)$ or $m(k,l')$, $m(k',l)$ or $m(k',l')\leqq m_0(E)$）によりほとんど決定される。
   より具体的に云えば、l,l' より"距離" m 以遠の範囲に足を持つ行列要素
   $\{\alpha_k\}$, $\{t_{k,k'}\}$　（$m(k,l)$, $m(k,l')>m$）に対する依存性は

   $\sim\ \exp\{-m/m_0(E)\}$

ここに、l,l' 間の"距離" $m(l,l')$ は以下のように定義される。

$$m(l,l')\equiv\mathrm{Min}\{m\,|\,\overbrace{\langle l'|H|l_{m-1}\rangle\cdots\cdots\langle l_2|H|l_1\rangle\langle l_1|H|l\rangle}^{\neq 0,}\ \text{for some}\ (l_1,l_2\cdots l_{m-1})\}\quad \text{for}\ (l\neq l')$$

$$m(l,l)\equiv 0$$

これらの結論は有限系の場合も無限系の場合にも成立している。2. 3. により $m_0(E)$ は松田[2]の拡張になっており、観測量の精度 Γ とその精度を保証するために正しく採り入れるべき局所環境の大きさとの関係を与えるものである事が分かる。この $m_0(E)$ のエネルギー ε 及び Γ に対する依存性を調べる事は意味のある事である。

有効距離" $m_0(\varepsilon+i\Gamma)$ は Γ の単調減少関数で、Γ を小さくし観測量の精度を上げようとすると一般に大きくなる。上に記した性質 2. 3. は厳密な不等号が成立するものであるため　ある与えられた Γ に対して物理的な目安以上に大きな $m_0(E)$ を対応させてしまう。従って 2. 3. が等号程度で成り立つような 実効有効"距離" $m_0^*(E)$ を新たに定義する。定義はこの話の詳細に立ち入らなければならないので、ここに省略するが、無限系を考えると

$$\gamma(\varepsilon) \equiv \lim_{\Gamma \to 0} \gamma(E) \ , \quad \gamma(E) \equiv \frac{1}{2 m_0^*(E)}$$

は、存在すれば、松田&石井[3]の意味での局在の程度の高次元系への拡張を与える。

結果の概略は図1のようになり、もし $\gamma(\varepsilon) > 0$ でアンダーソン局在が起こっているであろうケースを想定すると、$(2\gamma(\varepsilon))^{-1}$ 程度の大きさの局所環境が正しく採り入れられると、非常に精度の高い物理量が得られる事になる事が分かる。又、アンダーソン局在が起こっている系では分子場的な近似方法が良い結果を与える事が予想される。

以上、固有関数の局在の程度 $\gamma(\varepsilon)$ と、局所環境効果の目安となる、実効有効"距離" $m_0^*(\varepsilon+i\Gamma)$ の関係について定性的に論じた。

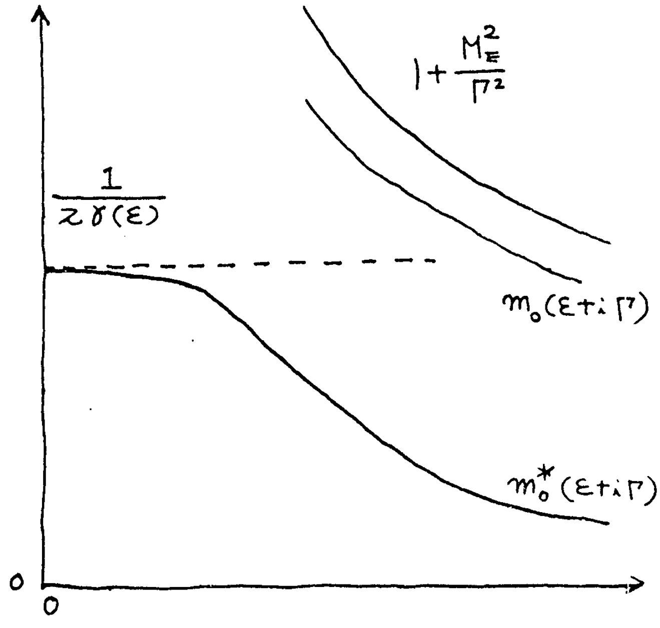

図1. $m_0^*(\varepsilon+i\Gamma)$ の Γ 依存性

References

(1) M. Goda, Proc. Int. Conf. on Lattice Dynamics (Paris, 1977) Ed. by M. Balkanski (Flammarion, 1978), 457.

M. Goda, Prog. Theor. Phys. (1983) to appear .

(2) H. Matsuda, Prog. Theor. Phys. Suppl. No. 36 (1966), 97.

(3) H. Matsuda and K. Ishii, Prog. Theor. Phys. Suppl. No. 45 (1970), 56.

K. Ishii, Prog. Theor. Phys. Suppl. No. 53 (1973), 77.