三次元系におけるAnderson局在

学習院大・理　川畑有郷

1．Introduction[1)]

1979年の四人組の理論によってAnderson局在の理論は大きく進歩したが，不純物半導体における諸現象も，その後の2，3年の内にこれに関連した理論によって見直される事により色々な面で理解が深まったと言えよう．まず第一には，長年の間正体不明であった負の磁気抵抗がAnderson局在の前駆現象として説明された事であり，又低温における電気伝導率の温度変化もある程度までは理解出来るようになった事である．

ここでは，最近のAnderson局在の理論の不純物伝導への応用についてのべる事にする
。

2．四人組理論

四人組理論の基本となるのは，方程式

$$d\ln g(L)/d\ln L = \beta(g(L)) \qquad (2.1)$$

である．これは，大きさLの系のconductance（conductivityでない点が重要）$g(L)$のLを増した時の変化率は$g(L)$によるのみである（Lには直接よらない），という仮定を表している．この仮定は，考えている系の固有関数のenvelopeが，フェルミ波長，ランダムポテンシャルの凸凹の特徴的な長さ，mean free path，等の長さにくらべて空間的に十分ゆっくり変化しているとすれば，(2.1)の中にはL以外の長さの単位の量は入らないはずであると考えれば尤もらしい．conductanceに関しては，$e^2/2\pi^2\hbar$なるuniversalな量があるので，$g(L)$はこれを単位とするものとする．二次元系以外では，conductanceとconductivityとは異るので，このような議論を後者にあてはめるわけには行かない。

$\beta(g)$の形は，Hamiltonianの対称性によって異ることが氷上によってしめされた[2)]．たとえば，磁場のある場合には，Hamiltonian及固有関数は本質的に複素数となる．平面波を重ね合せて局在した状態を作ろうとすると，遠方で実部と虚部を0にするのは，実数の波動関数の場合にくらべると難しく，局在は起りにくくなる．このような考え方をFeynman graphによる計算とむすびつけることにより，磁気抵抗の理論が作られた．

3．磁気抵抗の理論

三次元系では，gとconductivity σ（$e^2/2\pi^2\hbar$で割ってある）の関係は

$$g(L) = L\sigma(L)$$

である．十分に金属的な伝導をする系で，Lが十分に大きければ，$\sigma(L)$を$\sigma(\infty)$でおきかえれば(2.1)より　$\beta(g) = 1$　となる．Lが有限（gが有限）の時の補正は，

$$\beta(g) = 1 - C/g \qquad (3.1)$$

の形となると考えるのが自然である．ここで，Cは色々な考察から正と仮定する。これを使えば(2.1)から

$$\sigma(L) = \sigma(\infty) + C/L \qquad (3.2)$$

を得る．磁場のある場合を考えると，磁場の強さを与えて長さの単位の量は $l=\sqrt{c\hbar/eH}$ である．実際，l は波動関数の2点間の位相の差が，磁場のない時にくらべて1の程度ずれる長さである。したがって，系の大きさ L が l より小さければ磁場の影響は小さい．又，$L \gg l$ では，磁場の影響により局在（正確には，局在の前駆現象。(3.2)の右辺の第二項がそれを表している）がおさえられて，σ の L 依存性はなくなると考えて，σ の L 依存性は図1のようになる。したがって，$L\to\infty$ のときの σ の磁場による変化分は

$$\Delta\sigma \sim C/l \qquad (3.3)$$

となる．Feynman graphによる計算では，普通の単位で

$$\Delta\sigma = 0.605\, e^2/2\pi^2\hbar l = 0.918\sqrt{H}\ \text{mho/cm} \qquad (3.4)$$
$$(H \text{ in kOe})$$

である．

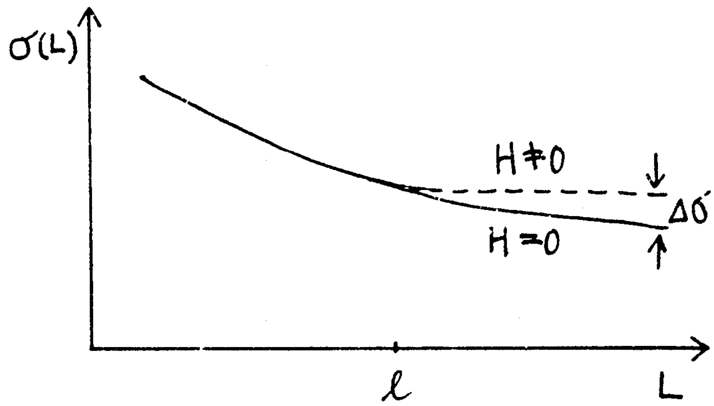

図 1

以上は，等方的な質量をもつ電子の場合であるが，質量が異方性をもてば，$\Delta\sigma$ も磁場の方向による異方性をもつ。この異方性を利用して，Geの負の磁気抵抗が局在機構によるものであることがたしかめられている。[3] $\sqrt{H}$ の依存性に関しては大くの系で成立つことがたしかめられている．しかし，係数の値は，定量的に(3.4)に一致する場合はあまり無いようである。その理由は，(3.4)式は0Kの理論であるが，実際には有限温度になると多体効果その他によりこの値からずれる事が考えられるからである。又，異方性についても従来のdataはあまり単純ではないが，これは，多体効果によるスピンの関係したメカニズムにより，g-factorの異方性が入って来る事，谷間散乱の影響[4]等であろうと考えられている．

4．多体効果

Altshuler と Aronov は，四人組以前の1978年頃から金属中の電子の不純物散乱と電子－電子散乱の相乗効果を議論していたが，その後このようなメカニズムが Anderson 局在と同様な効果を電気伝導に与えることがわかり，くわしい計算が色々と行われた[5]．この場合も，ほとんどの理論は金属的な伝導の領域に限られている．

多体効果で重要なのは，波動関数の相関である。局在していない場合には，電子の固有エネルギーは連続変数であり，固有関数もエネルギーの連続関数と考えられる．ランダム系では，固有関数の振巾は，局在の前駆現象のためにゆらいでおり，固有エネルギーの値の近い固有関数間には，このゆらぎの相関があるはずである。Hartree-Fock エネルギーは，大体 $|\psi_E(x)\psi_{E'}(x)|^2$ のでてきもので決まるが，E と E' とがある程度近ければ，この値はゆらぎの相関のためにランダム系でない時よりも大きくなる．したがって，ランダム系では Hartree-Fock エネルギーは Fermi 面以下の状態においては enhance されることになり，Fermi 面の近くで状態密度等に異常が起きる．

このように，多体効果は Fermi 面近くの状態の異常から生ずるものであるので，温度に敏感である．その結果の一つは，conductivity の $\sqrt{T}$ の温度依存性であり，Ge, Si の実験が大体の所は説明出来ることがわかっている[6]．

磁気抵抗に関していえば，上にのべた波動関数の振巾のゆらぎの一部は Anderson 局在の前駆現象によるものであり，一体問題の場合と同様に磁場によって弱められる。計算によれば，このメカニズムは正の磁気抵抗を与える。大部分の実験では，負の磁気抵抗は一体問題からの寄与よりも小さめの値を観測しているので，これは多体効果によると考えられている．しかし，定量的には一体効果との分離が難しく，何個かの parameter を導入しても，磁場変化や温度変化を矛盾なく説明出来る例は少ないようである。

もう一つの磁気抵抗を与えるメカニズムは，スピンの関係したものである．簡単に言えば，ゼーマンエネルギーによってスピンの向きの異る状態間の Fermi 面をずらす事により，波動関数のゆらぎの相関の効果を減らす事である．このメカニズムの寄与は，二次元系では磁場を面と平行にかけることにより一体効果と分離出来る．又，三次元系でも，異方性は g-factor の異方性を反映して，軌道運動によるものとは異るので分離は可能である[7]。応力を加えた Ge の実験によれば，低温の磁気抵抗の相当な部分がスピンに関係しているようである（大塚氏の報告参照）

5．Anderson 転移の理論

以上の話は，いわゆる弱局在の理論であり，Anderson 局在に直接せまるものではない，転移の近くでの物理量のふるまいに関しては，理論的にはあまり進歩していないが，新しく得られたのは転移の指数である．即ち，不純物濃度，応力等（X と書く）の変化によって転移が起るとすると，転移点 X_c の近くでは伝導率は

$$\sigma \propto |X-X_c|^s \qquad (5.1)$$

となるが，このSを問題にする。氷上[2]によれば，磁場のない時は$S=1$である。実験では $S=1$ のように見える場合もあるが，conpensation のない Si では S は 1/2 に近い。[7] 氷上によれば，磁場のある場合，又は局在スピンのある場合には $S=1/2$ に近くなる。実際，Si の転移点の近くでは局在スピンの存在が認められている。しかし，実験では，$S=1/2$ に来る領域は相当広く，局在スピンの観測されていない領域にまで及んでいること，又臨界指数の理論がどれだけ広い範囲で成立つか不明の点もあるので，この理論で説明可能かどうかは定かではない。磁場中での転移がどうなるか，興味のある所である。

7. まとめ

以上，最近のアンダーソン局在の理論の不純物半導体への応用についてのべたが，金属伝導領域での電気伝導については大体の所はわかったと言えよう。定量的には色々と問題があるが，一つの理由は，弱局在の理論を Anderson 転移に可成近い場合にまで応用している場合が多い事である。多体効果にしても，昔から言われている Mott 転移的な考え方につながって行かなければならないはずであるが，理論はそこまでは行っていない。弱局在から強局在へつなげる試みもなされてはいるが，まだはっきりした成果はないようである。

References

1) 川畑有郷; 日本物理学会誌 37 (1982) 673，フィジクス 3 (1982) 519.
A. Kawabata; Anderson Localization (Proc. 4th Taniguchi Intern. Symposium) p122.
2) S. Hikami; Anderson Localization p15.
3) W. Sasaki; J. Phys. Soc. Japan 20 (1965) 825 & Ref 1.
4) H. Fukuyama; J. Phys. Soc. Japan 49 (1980) 649.
5) P.A. Lee; Anderson Localization p78, H. Fukuyama; Anderson Localization p89.
6) G.A. Thomas, A. Kawabata, Y. Ootuka, S. Katsumoto, S. Kobayashi and W. Sasaki; Phys. Rev. 26 (1982) 2113.
7) M.A. Paalanen, T.F. Rosenbaum, G.A. Thomas and R.N. Bhatt Phys. Rev. Lett. 48 (1982) 1284. G.A. Thomas, Y. Ootsuka, S. Katsumoto, S. Kobayashi and W. Sasaki; Phys. Rev. B25 (1982) 4288