

Title	熱流下の超流動ヘリウムの相転移・中間状態・渦乱流(強い相関をもつゆらぎの統計物理学, 科研費研究会報告)
Author(s)	小貫, 明
Citation	物性研究 (1983), 40(5): 64-68
Issue Date	1983-08-20
URL	http://hdl.handle.net/2433/91106
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

熱流下の超流動ヘリウム4の相転移・中間状態・渦乱流

京大基研 小倉明

§1 はじめに

講演の内容の多くは物性研究/2月号(1982)のものと同様しているのび、ここでは主に実験的側面と $^3\text{He}-^4\text{He}$ mixtures での多様な現象について説明しよう。超流動ヘリウム4では熱流 Q がある程度以下であれば熱抵抗はほとんどない。これは2流体力学によって理解されている。即ち super 成分と normal 成分が互いに抵抗なく流れることができ $Q = T_s v_n$ である。物質の流れがなければ $\rho_s v_s + \rho_n v_n = 0$ である。(thermal counterflow と呼ばれる) しかし Q が大きくなると vortex が集団的にでき vortex が動くことにより super と normal の間のいわゆる「mutual friction」が生ずる。さらに Q が大きければ T は T_s のものから T_n になる(ただし $T \approx T_n$)。一方、常流体 ($T > T_n$) では通常の熱伝導のため vortex によるものに比し κ 桁違いに大きい κT が成る。このような系で超流動性をこわす「散逸機構」を理解することは難しく challenging である。また Q の存在下での Normal \rightleftharpoons super の転移とは何か? ... 一般に complex field がメタハラメタの系の非平衡現象について多くは未知であり向やが特異な様相が予期される。回転ヘリウム・磁場下の超伝導における驚くべき多様性(これは平衡現象でも理解されている)をさらに上回る面白さがあるかもしれない。それは規則的・不規則的な空間・時間構造が起き易いからである。

§2 HeI と HeII の Interface, 即ち Normal と Super の共存。

問題のひとつの系として次のような設問をしてみよう。容器 (cell とする) の一端では $T < T_n$ 他端では $T > T_n$ とすると何かおこるか? 冷たい方の壁の温度が充分 T_n より下ならば全体が Normal ではありえず両相の共存をまえる他はないと思う。super では $\kappa \approx 0$ のはずだから、境界の v は v が大きな jump を示すだろう。この状況は第1種超伝導体に強磁場を apply したときのものとよく似ている(後述はわかたのたか)。H のある値に対し両相は共存する他ない。この状況はいくつかの実験報告に見い出せるが、理論家としては考えをなした人はいない。Akers は Quantum で cell size $L \sim 1\text{cm}$ の時、一端より熱を奪うと interface が 10^4cm/sec 位に動くことを報告している (Phys. Rev. Lett. 21, 1159 (1968))。Bhagat などは図1のように $T < T_n$ のヘリウムのパイプにいくつかの温度計をとり下端に heater をとり、Interface の運動を見ている (Phys. Rev. 153, 340 (1971); 153, 264 (1971); 153, 2217 (1972))。図2で温度計のある場所の温度を時間に対し plot してある。始めは全体が HeII のままだが、加熱されると、HeI が heater のまわりにはじきこに主に熱が食われる。その結果 interface が次第に上昇していく。速さは $Q \sim 10\text{mW/cm}^2$ で $\sim 1\text{cm/sec}$ 位。 Q は Akers のものより 10^5 位大きい。HeII での v は vortex によるものである。面白いことにこの場所の温度計を測っても interface のある場所の温度は Q の unique 関数である。即ち、 $T_f(Q) \approx T_n - 5.9 \times 10^{-5} Q$ (Q in mW/cm^2) (図3)。

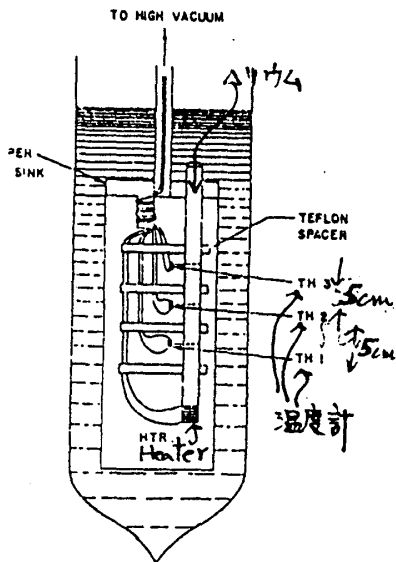


Fig. 1. Bhagat and Lashen

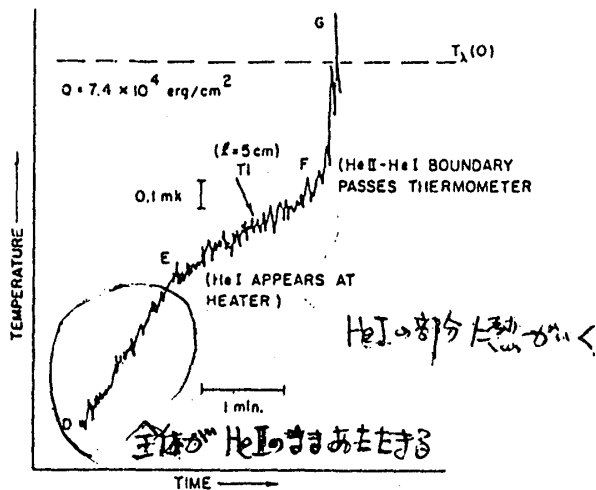


Fig. 2

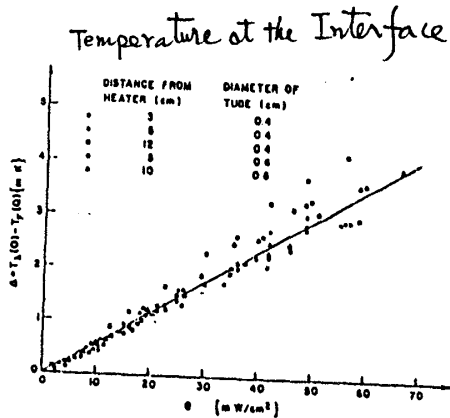


FIG. 4. Heat current Q versus temperature $T_F(Q)$ of the He II-He I transition. Each data point corresponds to point F, $T_F(Q) = T_\lambda(Q)$, of Fig. 3(b) for a given Q . The various symbols represent data on different thermometers. Several data points have been left out for the sake of clarity. As discussed in the text, the full line is a least-squares fit to the data points.

実験式 $T_\lambda(0) - T_F(Q) = 5.9 \times 10^{-5} Q \text{ deg}$
 $Q \text{ in mW/cm}^2$

Fig. 3

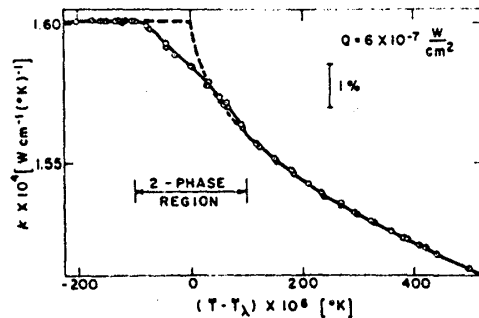


FIG. 2. The measured thermal conductivity κ as a function of $T - T_\lambda$. T and T_λ are the average sample temperature and the average transition temperature. This figure covers the range indicated by the horizontal bar in the insert of Fig. 1.

Fig. 4. Coexistence of Normal and Super in $^3\text{He}-^4\text{He}$ at molar concentration $X=0.15$ (G. Ahlers, Phys. Rev. Lett. 24, 1333 (1970))

理論的にはヘリウムは一種の不純物 (^3He 以外は) がないためです。Pitaevskii はボグーノワキチヤと保存量についての運動方程式を与えています。それを使って Halperin-Hohenberg の model は Pitaevskii の式の中で relevant なものだけを残したものであります。私は後者の K-model と称するものについてまず super side の vortex を無視して interface 解を求めろのに成功した。

$m(x,t)$ を ψ と m の連立の式を考える。

$$\frac{\partial}{\partial t} \psi = i g_0 \psi \delta H / \delta m - \Gamma_0 [\bar{\rho}_0 - v^2 + 2\gamma_0 m + 4\bar{u}_0 |\psi|^2] \psi \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} m = g_0 \rho_m (\psi^* v^2 \psi) + \lambda_0 v^2 \delta H / \delta m \quad (2)$$

$$\stackrel{=}{=} H = \int dA \left[\frac{1}{2} \bar{\rho}_0 |\psi|^2 + \frac{1}{2} v |\psi|^2 + \gamma_0 m |\psi|^2 + \bar{u}_0 |\psi|^4 + \frac{1}{2\lambda_0} m^2 \right] \quad (3)$$

$g_0, \Gamma_0, \bar{\rho}_0, \gamma_0, \bar{u}_0, \lambda_0$ は定数。 $\delta H / \delta m = \frac{1}{\lambda_0} m + \gamma_0 |\psi|^2$ から local な温度 τ を表わして 113。 $\tau \equiv \bar{\rho}_0 + \gamma_0 \lambda_0 \delta H / \delta m$ が局所温度。 一次元的な場合 (変動を考えよ)。 $x \rightarrow -\infty$ で $\tau = -K_{cool} = const.$ とする。 (super とする)。

$A \equiv (\tau(x) - \tau_{\infty}) / |K_{cool}|$ とし定常状態での次の式をうる。

$$\frac{d^2}{dx^2} \Psi = \kappa^2 [-1 + (1 - \frac{\bar{z} a_0}{1 + \gamma_0}) A + |\Psi|^2] \Psi \quad (4)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} A = |\Psi|^2 A \quad (5)$$

ここで簡単のため式は無次元化してある。 即ち, $x = |K_{cool}|^{1/2} x$, $\Psi = const. \psi$ 。 $a_0 \sim 4$, $\gamma_0 \sim 1$ と評価できる。 "GL parameter" κ は弱く温度による。 $|\tau - \tau_{\infty}| / \tau_{\infty} \lesssim 10^3$ 位ならば κ^2 が $1/10$ 位はある。 鄰近的には universal number で ϵ 展開では $0.345 + O(\epsilon)$ 。 しかし $|\tau - \tau_{\infty}| / \tau_{\infty} \sim 10^1$ では $\kappa^2 \sim 10$ 位である。 して (4)(5) は Ginzburg-Landau が 1950 年に導いた超伝導体へは磁場がある時の有名形式と似ている。 A は vector potential とし,

$$\frac{d^2}{dx^2} \Psi = \kappa^2 [-1 + A^2 + |\Psi|^2] \Psi \quad (6)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} A = |\Psi|^2 A \quad (7)$$

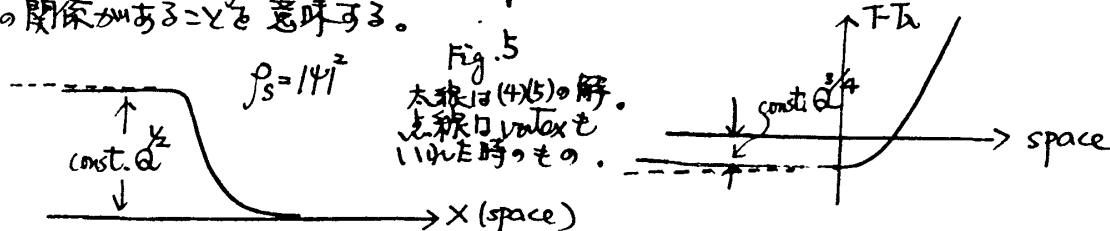
GL も (6)(7) に基づき interface の profile を計算する。 (4)(5) の場合と同じ境界条件で interface が計算できる。 たが (4) の A の前の係数が complex になりければならぬ。 (4) の a_0 は (1) の g_0 に比例する項よりなる。 2つの系の間の対応は次の通りである。

温度 $T \leftrightarrow$ vector potential A , $\nabla T \leftrightarrow B = \text{rot} A$, 熱流 $Q \leftrightarrow H$ 。

(4)(5) の系では次の量に注意する。 $I \propto Q$ である。

$$I = dA/dx + \kappa^2 a_0^{-1} (1 + \gamma_0^2) \rho_m (\Psi^* \frac{d}{dx} \Psi) \quad (8)$$

$I=0$ だと系は一樣で平衡。 interface のあるとき I はある unique 値をとる。 このことは interface のある時は super phase の温度 $-K_{cool}$ と Q の間 $Q / |K_{cool}|^{3/2} = const.$ の関係があることを意味する。



現実のハリウムではゆがみが大きく $\Gamma_0 \propto \lambda_0 \propto |T-T_1|^{-1/3}$ である (dynamic scaling).
 こうすると, $Q/(T_2-T)^{4/3} = \text{const.}$ が出てくる. T_1 は super side の vortex を
 無視した時の温度. この結論は図4にある $T_2-T_1 = 5 \times 10^5 Q$ と consistent であ
 る. 左の exponent が $1 \times 3/4$ くらい違うが実験のバラつき dynamic scaling に対する
 補正が大きいことなどが一致はよいものと考えている.

さて $Q = \text{const.} (T_2-T)^{4/3}$ は interface が flat で静止している時の関係. この関係が
 満たされない時は interface は動き出す. 類似の問題として第一種超伝導体に
 $H_c \propto T_c T$ より大きい磁場 H を印加した時 interface が動き出すことが知られてお
 り 1950年頃に Peppard と Lifshitz が理論を作っている. interface の位置を $x_I(t)$
 として, $x_I(t)^2 - x_I(0)^2 = 2D_0(H-H_c)/H_c \int t$, 二で D_0 はある diffusion constant.
 ハリウムの場合は,

$$x_I(t)^2 - x_I(0)^2 = 2(\lambda_0/\lambda_0) \frac{Q-Q_c}{Q_c} t \quad (9)$$

二で λ_0/λ_0 は thermal diffusivity, $Q_c = \text{const.} (T_2-T)^{4/3}$. 一は Peppard-Lifshitz は流体力学
 的考察の interfacial motion を考えよう, GL 的立場から議論している (考慮中).

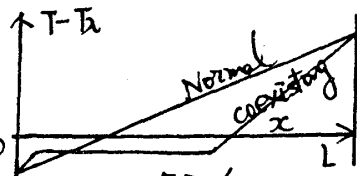
§3. 熱流下での相転移, 1次転移と中間状態

Normal 状態の $Q = \text{一定}$ のまま全体の温度を下げていくとどんな不安定性があるか?

(1)(2) の $\psi=0$, $m = (Q/\lambda_0)\lambda_0 x + m_0$ としてこのまわりの linear stability を考える.
 $x=0$ に冷たい層があり半無限つ系を考えよう. 壁の温度 T_0 の次の領域で (4)(5) は
 2つ安定な解をもつ. (これは always かつ大分) (k < 1 と 3/2)

$$Re \theta t_c < (T_2 - T_0)/\lambda_2 < Re \theta t_c \quad (10)$$

二で $Re \theta \sim k^{1/3}$, $Re \theta \sim k^{-2/3}$, $t_c \approx 10^5 Q^{3/4}$. 1つの解は $\psi=0$ の Normal, 他解は
 2相共存解である. Fig. 6 参照. T_0 から $T_2 - Re \theta t_c T_2$ より
 下がると Normal \rightarrow Super \wedge 系は jump する. 即ち, 1次転移.
 不安定性はいわゆる inverted bifurcation とはなる.



Q が大きいとき転移後は 6 回のおおむね共存状態が
 実現されるかどうかははっきりしない. 超伝導体の「中間状態」に類似
 (1) 不均一状態に存在するかもしれない. Archivald は thin cell ($\sim 0.0033 \text{ cm}$) の大きな Q
 ($\sim 10^4 \text{ w/cm}^2$) では effective な熱伝導率から bulk なるより 1桁大きくなることを見い出
 している (Phys. Rev. Lett. 21, 1156 (1968)). これは中間状態を観測した可能性がある.
 彼らの実験結果は存ぞとよむべきか私のような解釈しか考えようがないのかもしれない.

§4. Vortex 乱流

私は最近 $T \approx T_2$ の ^4He , $^3\text{He}-^4\text{He}$ の mutual friction の係数 (vortex が流れるに對してのゆが
 け動かしやすさ) を計算した. pure ^4He では $B \sim (T-T_2)^{1/3}$ となる. このことと
 Vinen-Schwartz などの考えを組み合わせ, $T \approx T_2$ では, 温度変化は次のような
 式に従う. $\mathcal{D} \equiv (T-T_2)/T_2 t_c$, $X = Re \theta x$, $k_c = \xi_0^{-1} t_c^{-1/3}$ である.

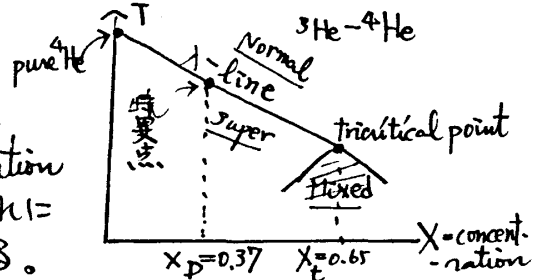
Normal : $\frac{d\sigma}{dx} = \sigma^{1/3}$ for $\sigma \geq 1$ (11)

Super : $\frac{d\sigma}{dx} = -\mu |\sigma|^{-1/2}$ for $\sigma \leq -1$ (12)

==> $\mu \sim 0.1 / (\ln R / \xi)$ for R is vortex spacing, ξ is core size. $R/\xi \gg 1$, $\mu \ll 1$ so super vortex resistance is negligible.

§ 5. $^3\text{He}-^4\text{He}$ Mixtures

この系では vortex の運動そのものが λ -line 近くと tricritical point 近くで特異である。それは concentration のゆがみで vortex motion が遅く起るからである。流れに対する非線型効果も特異であるが、未開拓である。



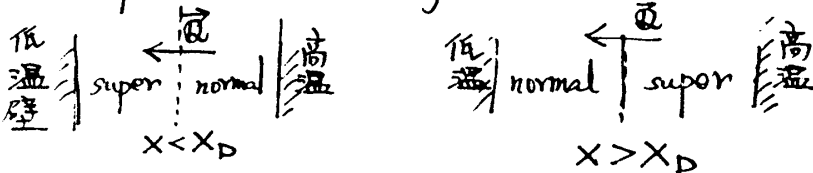
そもそもこの系は複雑なため線型結合の枠組みに理論が tricritical point 近くで Siggia-Nelson により展開されているが、中程度の濃度の溶液はカバーできておらず、私は最近全濃度で使える理論を作ったが $X_D \approx 0.37$ (at saturated vapor pressure) という濃度で λ -line 上に singular point が存在するのを見つけた。 $X = X_D$ では ψ と couple する 2つの保存量 (その濃度とエントロピー) のある線型結合が ψ と完全に decouple する。 ==> これは例えば次のような特異性がある。

(i) vortex conductivity B は $X=0$ (pure ^4He) と $X=X_D$ で $(1-T/T_c)^{1/3}$ で発散。

その他の X では B は有限である。 tricritical region では $B \approx 0$ 。

(ii) 熱流 \vec{Q} を流してみる。ただし ^3He mass flow はないとする。 ∇T は常に \vec{Q} と同方向にあるか、 $\nabla(T-T_c)$ は $X < X_D$ では \vec{Q} と同方向、 $X > X_D$ では \vec{Q} と逆方向になる。 $X = X_D$ では $\nabla(T-T_c)$ は Normal phase で $Q(T-T_c)^{1/3}$ のようになり super では 0 である。 従って、熱流下の相転移を考えると、 $X < X_D$ では低温側には super が生じ、 $X > X_D$ では高温側には super が生じる。

また super-normal の interface は下図のようになっている。(図4も参照)。



$X = X_D$ では、 interface の profile etc は pure ^4He と同じになる。

Mixture で (4) (5) に対する式は、 1-変数 B のみで次のようになる。

$$\frac{d^2}{dz^2} = \kappa^2 [-1 + (1 - \frac{\kappa_0}{1/\mu_0}) A + \alpha_0(X) B + |\Psi|^2] \Psi \quad (13)$$

$$\frac{d^2}{dz^2} A = |\Psi|^2 A, \quad \frac{d^2}{dz^2} B = 0 \quad (14)$$

エントロピーと濃度ゆがみは A と B の線型結合で書ける。実係数 $\alpha_0(X)$ は $X \ll 1$ で、 $\alpha_0 \sim X$ であり、 $X \approx X_D$ では $\alpha_0 \sim X - X_D$ である。

以上、半分位は未発表ですが、多くは Jour. Low. Temp. Phys. に投稿します。