Title	Cayley Tree上のスピングラスとスピンクリスタル(強い相関をもつゆらぎの統計物理学,科研費研究会報告)
Author(s)	寺田, 徹
Citation	物性研究 (1983), 40(5): 24-25
Issue Date	1983-08-20
URL	http://hdl.handle.net/2433/91115
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

Cayley tree 上のスピングラスとスピンクリスタル

東北大工　守田　徹

配位数3のCayley tree上のIsing modelの中心部分(Bethe lattice)を調べる。相互作用は~~最近接格子点~~間のみとし，値は $+J\ (>0)$ と $-J$ をとり，外部磁場 h_{ex} がかかっているとする。1では規則系，2ではランダム系を論ずる。

1．規則系

各スピンの相互作用は，その~~最近接~~スピンのうちの2つと $+J$，他の1つと $-J$ であるとする。図1で実線は $+J$ を破線は $-J$ を表わす。

この系の表面から $\xi-1$ 番目の shell 上のスピンから ξ 番目の shell 上のスピンへの有効場を，それらを結ぶ相互作用が $+J$ か $-J$ かに従って $h_\xi^{(+)}$，$h_\xi^{(-)}$ とする。$h_\xi^{(\pm)}$ は漸化式

$$h_\xi^{(\pm)} = f\{\pm J,\ h_{\xi-1}^{(+)} + h_{\xi-1}^{(\mp)}\} \qquad (1)$$

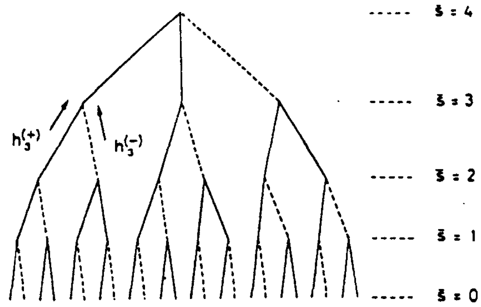

図 1

をみたす。初期値は $h_{\xi=0}^{(\pm)}=0$ である。ここで $f\{J,h\}$ は，外場 h_{ex}，温度 $T=1/k_B\beta$ のとき

$$f\{J,h\} = \beta^{-1}\tanh^{-1}\left[\tanh(\beta J)\tanh(\beta h_{ex}+\beta h)\right] \qquad (2)$$

である。(1)は唯1つの固定点 $h_\infty^{(\pm)}$ をもつ。$h_\infty^{(\pm)}$ は，図2の P の範囲の h_{ex}，T のとき安定であり，$h_{\xi=0}^{(\pm)}=0$ から出発した(1)の iteration は，このとき $h_\infty^{(\pm)}$ に近付くことが確められる。図2のP以外の領域では $h_\xi^{(\pm)}$ は固定点に近付かず，周期的に同じ値をとる場合と，周期がない場合とがある。図2のSGは周期がないことを，数字6，7，11，52は周期を表わす。

図3は10000 shellsのCayley treeの中心の15 shellsにおける磁化のゆらぎ

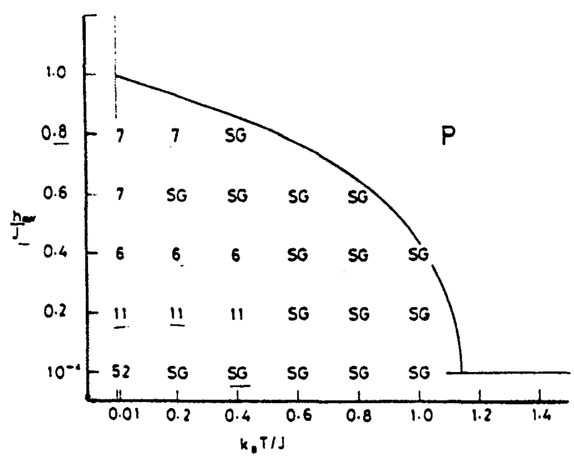

図 2

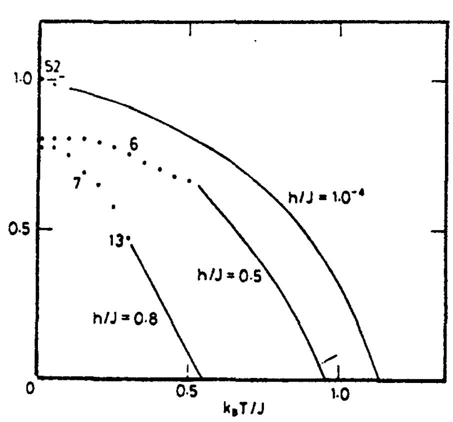

図 3．h/J は h_{ex}/J を表わす。

$\Sigma_i [\langle\sigma_i\rangle^2 - (\Sigma_j\langle\sigma_j\rangle / \Sigma_j 1)^2] / \Sigma_i 1$ を温度の関数として描いたものである。磁化の値 $\langle\sigma_i\rangle$ の分布は、SG相（周期がない相）では連続的であるのにたいし、SC相（周期がある相、スピンクリスタル相）ではいくつかの中心の周りに集中している。

以上の内容は Phys. Lett. A (1983) に掲載予定である。

2. ランダム系

配位数3の Cayley tree 上での $\pm J$ ランダムボンド Ising model を考える。相互作用は確率 $P_+ = p$ で $+J\ (>0)$, 確率 $P_- = 1-p$ で $-J$ をとるものとする。表面から $\xi-1$ 番目の shell 上のスピンから ξ 番目の shell 上のスピンへの有効場の分布関数を $p_\xi(h)$ とすると、それは漸化式

$$p_\xi(h) = \sum_{\alpha=\pm} P_\alpha \iint \delta(h - f\{\alpha J, h_1 + h_2\})\, p_{\xi-1}(h_1)\, p_{\xi-1}(h_2)\, dh_1\, dh_2 \qquad (3)$$

をみたす。初期値は $p_{\xi=0}(h) = \delta(h)$ である。積分区間 $[-J, J]$ を D 区間（$D = 32 \sim 1024$）に分け、積分を和で近似し、(3) の iteration で $p_\xi(h)$ を求める。$p_\xi(h)$ は $\xi \to \infty$ で常に収束する。$h_{ex} \gtrsim 2J/D$ の系の性質は $p_\xi(h)$ の極限 $p(h)$ を用いて計算する。$h_{ex} = 0$ の系の性質の計算では、$h_{ex} \simeq 2J/D$ で求めた極限 $p(h)$ を初期値 $p_{\xi=0}(h)$ として (3) の iteration を行い、得られた極限を用いる。

磁場 $h_{ex} \neq 0$ では相転移は認められない。$h_{ex} = 0$ のとき、$p_\xi(h)$ の極限 $p(h)$ は3種類に分類される。すなわち、常磁性（P）相に対応する $\delta(h)$、スピングラス（SG）相に対応する、0 でない幅をもつ h の偶関数、強磁性（F）相に対応する、以上以外のもの。SG相での $p(h)$ は $+J$ の確率 p に依存しない。図4の SG 相と F 相の境界は、$p(h)$ のみたす方程式（(3) で $p_\xi(h)$ と $p_{\xi-1}(h)$ を $p(h)$ とした式）のスピングラス相の解の安定性の条件から定められた。$T = 0$ でこの境界は $p_c = 0.8694$ である。SG相と F 相の境界で帯磁率は cusp をもつ。

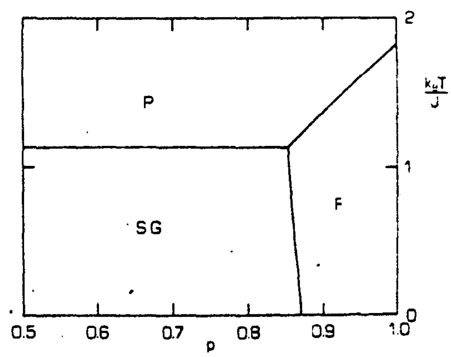

図 4.

スピングラス相で得られた $p(h)$ を用いて計算した Bethe 近似の自由エネルギーは、単調減少、concave で、エントロピー、比熱とも常に正である。