Title	非線型項をもつ波動方程式の半離散化
Author(s)	成田, 和明
Citation	物性研究 (1983), 41(1): 1-2
Issue Date	1983-10-20
URL	http://hdl.handle.net/2433/91147
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

物性研究 41－1 (1983－10)

非線型項をもつ波動方程式の半離散化

若竹塾　　成　田　和　明

(1983年8月29日受理)

§　よく知られているように，非線型項をもつ波動方程式[1)]

A)　$$\phi_{xt}=\alpha\phi+\beta\phi^{3} \tag{1}$$

B)　$$\phi_{xt}=\alpha\phi+\beta\phi^{2} \tag{2}$$

にはそれぞれ次のような孤立波解がある。

A)　$$\phi=\left(-\frac{2\alpha}{\beta}\right)^{1/2}\cdot\frac{1}{\mathrm{ch}(\kappa x+\omega t)} \tag{3}$$

$$\omega\kappa=\alpha \tag{4}$$

B)　$$\phi=-\frac{3\alpha}{2\beta}\cdot\frac{1}{\mathrm{ch}^{2}(\kappa x+\omega t)} \tag{5}$$

$$4\omega\kappa=\alpha \tag{6}$$

このノートでは同様な型の孤立波解をもつように，(1)(2)式を半離散化するのをねらいとする。trial 法により以下のような半離散型方程式とその孤立波解を見出すことができた。

A′)　［方程式］

$$\dot{\phi}_{n+\frac{1}{2}}-\dot{\phi}_{n-\frac{1}{2}}=(\phi_{n+\frac{1}{2}}+\phi_{n-\frac{1}{2}})(\alpha+\beta\phi_{n+\frac{1}{2}}\phi_{n-\frac{1}{2}}) \tag{7}$$

［孤立波解］

$$\phi_{n}=\left(-\frac{2\alpha}{\beta}\right)^{1/2}\cdot\frac{\mathrm{ch}\frac{\kappa}{2}}{\mathrm{ch}(\kappa n+\omega t)} \tag{8}$$

$$\omega\,\mathrm{th}\frac{\kappa}{2}=\alpha \tag{9}$$

B′)　［方程式］

$$\dot{\phi}_{n+\frac{1}{2}}-\dot{\phi}_{n-\frac{1}{2}}=\alpha(\phi_{n+\frac{1}{2}}+\phi_{n-\frac{1}{2}})+\beta(\phi^{2}_{n+\frac{1}{2}}+\phi^{2}_{n-\frac{1}{2}}+4\phi_{n+\frac{1}{2}}\phi_{n-\frac{1}{2}}) \tag{10}$$

[孤立波解]

$$\phi_n = -\frac{\alpha}{2\beta} \cdot \frac{\mathrm{ch}\,\kappa}{\mathrm{ch}\left(\kappa n + \omega t + \frac{\kappa}{2}\right)\mathrm{ch}\left(\kappa n + \omega t - \frac{\kappa}{2}\right)} \tag{11}$$

$$2\omega\,\mathrm{th}\,\kappa = \alpha \tag{12}$$

証明は易しいので省略する。

参考文献

岩波講座　現代物理学の基礎，古典物理学Ⅰ， P 206.